

# 切替時間長と左右方向への投動作パターンの規則的關係

## Regular relationship between switching time length and throwing motion patterns toward the left and the right

平 川 武 仁

Takehito HIRAKAWA

### Abstract

This study investigated the regularity that characterizes the behavior of dissipative dynamical systems excited by four switching time lengths  $T$  for throwing movements. Right-handed healthy male participant were asked to continuously throw toward two light-emitting diodes (LEDs) located in the directions of left and right. These movements were performed under two conditions: one in which the direction was repeated and one in which the directions were switched on a stochastic basis. These conditions consisted of four switching time lengths (4.00, 2.50, 2.00, and 1.75 sec.; i. e., the condition). Data from the conditions under which the same input pattern was repeated revealed two different trajectories in hyper-cylindrical state space  $\mathcal{M}$ , whereas the conditions under which the inputs were switched induced transitions between the two excited attractors. The transitions between the two excited attractors were calculated by correlation dimension  $D_c$  and were revealed to be characterized by a self-similar structure. Moreover, the correlation dimensions increased as the switching time length shortened. These results suggest a relationship of  $D_c \propto 1/T$  between switching time length  $T$  and throwing behavior  $D_c$  and that continuous throwing movements are regular rather than random.

**Keywords:** time-series data, switching dynamics, self-similarity, motor control, complex system

### 1 はじめに

人間の運動は、一度きりで終了する運動と連続的に繰り返される運動に分類できる (Schmidt & Wrisberg, 2004)。しかしながら、人間は連続的に運動あるいは行為することが多く、その場合、複数の運動のパターンの組み合わせでその運動が構成されている。例えば、左右のいずれかを選択してその方向に行わないといけない状況を想定してみる。駅や空港の構内の人ごみの中で、自分の周囲を歩いている人とぶつからないように左右の進行方向を選択して前進する場合、左方向へ進行

方向を切り替える運動のパターンと右方向へ切り替える運動のパターンによって歩行が構成されている。また、スポーツ種目においては、例えばサッカーでディフェンダーにボールを取られないため、あるいは効果的な攻撃となるフォーメーションを成立させるため、の行為として、左右のいずれかにいる味方にパスをすること、などが挙げられるだろう。また、このことはサッカーの練習方法でもみられる。例えば、オフense 3名で三角形を作るように立った範囲内にディフェンダーが立ち、ディフェンダーにパスを取られないようにボールを3人でパスし合うような、3対1のボール保持課題 (Yokoyama & Yamamoto, 2011) などは典型的な例である。これらの運動の現象で出力される状態の変化は、切り替えダイナミクス (Switching dynamics) と呼ばれている (Yamamoto & Gohara, 2000)。本研究でも、スポーツにおける切り替えダイナミクスに着目し、人間の運動を検討する。

スポーツに限らず、人間の運動制御に関する様々な研究は、運動プログラム理論 (Motor program theory; 例えば, Schmidt, 1991) と力学系理論 (Dynamical theory; 例えば, Kelso, 1995) に基づいて解析されてきた。前者の運動プログラム理論では、運動の反復は、パラメータでの適応を除き、固定された運動プログラムの反復実行の結果であると見なされる (Yamamoto & Gohara, 2000)。その際に生じた誤差は主にガウス分布関数に従った揺らぎ (Variance) として理解される。しかしながら、人間の運動制御における誤差は、乱順な揺らぎで構成されるのではなく、空間的 (Suzuki & Yamamoto, 2015)、時間的 (Kadota, Kudo, & Ohtsuki, 2004; Miyazaki, Kadota, Kudo, Masani, & Ohtsuki, 2001) にもフラクタル様あるいは自己相似的な構造が存在する。

自己相似構造は、古くは Mandelbrot (1967) が英国の海岸線に空間的な尺度不変性 (Scale-free) があることを発見したことから研究の端を発している。この自己相似構造に代表されるシステムは、複雑系 (Complex systems) 科学の一領域であり、物理学、生物学、経済学などでも、多くの系で構成されていることを前提にして解析されている。そして、その系を構成するサブシステムは、相互作用しながら、しかも外部環境とも相互作用する (Gohara & Okuyama, 1999b)。前述の両理論の違いは誤差に関する捉え方や運動プログラムのみを仮定した理論ということと、環境との関係を考慮することが必要であることを示している。このような現象は、工学システム (Arecchi, Gadomski, & Meucci, 1986; Tanii, Tachikawa, Tohei, Hong, & Shimizu, 1991; Tanii, Tohei, Sugawara, Tachibana, & Shimizu, 1999)、乱気流 (Constantin, Procaccia, Sreenivasan, 1991; Maas, Benielli, Sommeria, & Lam, 1997; Schmiegell & Eckhardt, 1997)、電子回路 (Chua, Itoh, Kocarev, & Eckert, 1993a; Chua, Wu, Huang, & Zhong, 1993b; Matias, Mñuzuri, Lorenzo, & Mariño, & Villar, 1997; Mestl, Bagley, & Glass, 1997) など、様々な物理現象でも観察されているだけでなく、人間の解剖学的構造 (Goldberger, Rigney, & West, 1990) や、さらにはチームスポーツ (Kijima, Yokoyama, Shima, & Yamamoto, 2014) でも観察されている。

また、力学系理論 (Dynamical system) は、自励系 (Autonomous system) と非自励系 (Non-autonomous system) の2つの立場 (Sato & Gohara, 2001) で現象に接近する。前者は閉じられている系であり、後者は開いた系である。自励系は、外部環境をサブシステムとして組み込み、非自励系は外部環境を他のシステムとしてお互いに影響を与えあって相互作用すると仮定する。その外部環境は確率論的に切り替わる入力時間として扱われ、散逸力学系の枠組みから理論的、数学的に解析されてきた (Gohara & Okuyama, 1999a, 1999b; Sato & Gohara, 2001; Wada & Gohara, 2001a, 2001b)。特に、人間の運動制御に関する研究 (Suzuki & Yamamoto, 2015; Yamamoto & Gohara, 2000) では、急速な入力の切り替わりによって運動出力が動的に変化する枠組みで検討されてきて

いる。

自励系は、 $\dot{x}=f(x)$ で表し、連続的な入力  $I(t)$  に依存する非自励系は、

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, I(t)), \\ x, I &\in R^N\end{aligned}\tag{1}$$

の常微分方程式によって表される。 $x$  と  $f$  はそれぞれ状態とベクトル場を示す。非自励系では、入力  $I(t)$  によって時間とともにベクトル場がどのように変化するか、を考える。その入力はある時間長での集合  $\{I\}_{l=1}^L$  であり、システムに次々に確率論的に投入される。このとき  $I(t)$  で励起されるアトラクタは励起アトラクタ (Excited attractor) と呼ばれる。もし入力  $I(t)$  が急速に、しかも確率論的に切り替えられたならば、そのアトラクタに十分、収束できない。しかも、入力の系列が乱順に反復されるならば、ポアンカレ断面  $\Sigma$  上の集合  $C$  は次の式を満たし、 $g_l(C)$  で構成される。

$$C = \bigcup_{l=1}^L g_l(C)\tag{2}$$

この集合  $C$  は、超円筒状態空間 (Hyper cylindrical state space)  $\mathcal{M}$  中の軌道に影響する。その空間  $\mathcal{M}$  中で初期集合  $C$  から始まる軌道の集合  $\Gamma(C)$  は、各入力  $I_l$  によって影響を受けた  $g_l(C)$  の軌道の束である。

$$\Gamma(C) = \bigcup_{l=1}^L g_l(C)\tag{3}$$

それゆえ、この状態空間における集合は  $C$  となり、相関次元値として数量化が可能である (Gohara & Okuyama, 1999a)。仮に、入力の切替時間長 (Switching time length) を変化させたならば、この数値によって集合  $C$  と軌道の集合  $\Gamma(C)$  を評価することにもなる。非自励系のように、確率論的に切り替わる力学系に関する詳しい理論的説明は、Gohara & Okuyama (1999a) で参照できるので、本論文では省略する。

本研究では、左右方向へ投げる運動を切り替える場合を検討する。打動作に関する先行研究 (Suzuki & Yamamoto, 2015; Yamamoto & Gohara, 2000) と同様に、投動作の場合でも、左あるいは右のいずれかの単一方向へ投げる運動には1つの運動パターンがあり、それは1つのアトラクタである、と仮定する。それゆえ、左右方向へ投げる運動を切り替える場合では、2つの運動パターン、つまり2つのアトラクタの切り替わり、とみなす。仮に、運動プログラム理論の遡上で、人間の反復する運動、つまり周期運動を解析する場合、確率論的に乱順で左右方向を切り替える運動の結果は、乱順な軌道の集合と評価されるだろう。しかしながら、左右の2方向へ投げる運動において、確率論的に投げる方向を切り替えたとしても、その系列は全8種 (左左左, 右左左, 右右左, 左右左, 左左右, 右左右, 左右右, 右右右) で構成される。もし人間の運動パターンの結果が乱順であるならば、この系列効果は残らず、運動パターンの平均軌道は1本の軌道に収束するだろう。一方、8種の系列効果、つまり系列の履歴に影響を受けて運動が出力されるのであれば、8本の軌道が認められるだろう。本研究は、投げる動作において、確率論的に、しかも連続的に左右方向へ投げる方向を切り替える運動の結果に系列効果が影響するかどうか、そして切替時間長  $T$  と系列効果の関係について検討する。

## 2 方法

### 2.1 測定参加者

健康な男性1名(42歳, 身長1.76m, 体重64.0kg)であり, 視覚に問題無く, Edinburgh handedness inventory (Oldfield, 1971) ラテラリティ指数で右利きと評価された。神経学的・骨格筋的障害あるいは傷害など既往歴の申告は無かった。本研究の測定は, 南山大学研究審査委員会に承認された手続きで実施された。

### 2.2 測定の設定

光学式モーションキャプチャシステム (OptiTrack Flex 13, NaturalPoint, Inc., Corvallis: OR) を用いて, 左右肩峰, 左右大転子に貼り付けられた反射マーカ (直径15mm) の位置データが, サンプリング周波数120Hzで測定された。測定参加者(以下, 参加者)の左右には, 投球方向を指示するLEDsが配置され, LEDsの点灯はLabVIEWプログラム(NI CompactDAQ, NI9403)を用いて制御されていた(図1)。LEDsの呈示は, OptiTrackと同期されていた。

### 2.3 課題と手続き

参加者は, まず測定が始まる前に, 正面に設置されたボール投射機に立位で正対していた。ボールが投射されたあと, 音刺激(100msec, 1000Hz)と共に左あるいは右のLEDs(以下, LとR)が点灯した。参加者は, 点灯したLEDsに向かって, できるだけ素早く正確にボールを投げるように教示されていた。LEDsの点灯は1000msec持続して呈示された。LEDsが呈示される切替時間

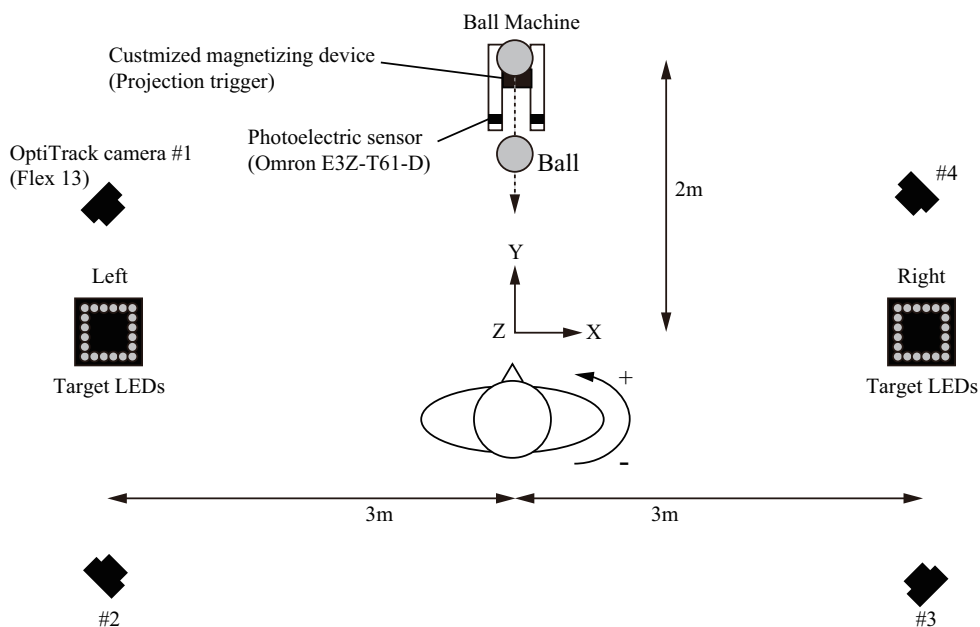


図1 実験設定



長（時間間隔）は計4条件（4.00, 2.50, 2.00, 1.75sec.）であった。

参加者は、Lのみ、あるいはRのみのLEDsが点灯を繰り返す周期入力条件と、LRのいずれかが乱順に点灯する切替入力条件を試行した。1試行でLEDsが点灯する回数は32回であった。参加者は、上記の切替時間長4条件それぞれにおいて、Lのみ、あるいはRのみのLEDsが点灯する周期入力条件を各1試行（(30-2)回×1試行=30回の解析データ）、切替入力条件を4試行（(30-2)回×4試行=120回の解析データ）を実施した（各時間間隔の条件で計6試行ずつ）。切替入力条件では、前述のように、LとRのLEDsが乱順に呈示されたが、その呈示順はLとRの2方向の3次の系列を含み、計8パターンの系列（LLL, RLL, LRL, RRL, LLR, RLR, LRR, RRR）で構成されている。試行間には自由に休憩を取ることができ、休憩の時間は参加者の要望によって決めることが可能であった。

## 2.4 データ処理

マーカーの位置データは、2次の双方向バターワース・ローパス・フィルターを用いて、遮断周波数5Hzで平滑化された。水平面（図1のxy平面）上における参加者の肩と腰の角度変位が計算された。超円筒状態空間 $\mathcal{M}$ 中のポアンカレ断面 $\Sigma$  ( $\theta=0, 2\pi$ )は、ボール投射装置に取り付けられた光電管をボールが通過した時点として、データが基準化された。相関積分を用いたGP法（Grassberger & Procaccia, 1983）によって、各切替時間長におけるポアンカレ断面 $\Sigma$  ( $\theta=2\pi$ )上の集合 $g(C)$ の相関次元値 $D_c$ を計算した。切替時間長と相関次元値の関係は、先行研究（Gohara & Okuyama, 1999a, 1999b）理論を援用し、反比例の適合曲線（ $D_c \propto a/T$ ）で推定することとした。ただし、本研究では定数項を含めた適合曲線（ $D_c \propto a/T+b$ ）を適用し、係数 $a$ と定数項 $b$ の値の選択は、相関次元値の結果に対して、係数 $a$ を0.01から3.00まで0.01毎に、定数項 $b$ を0.01から0.50まで0.01毎に変化させながら、平均残差平方和が最小となった値とした。

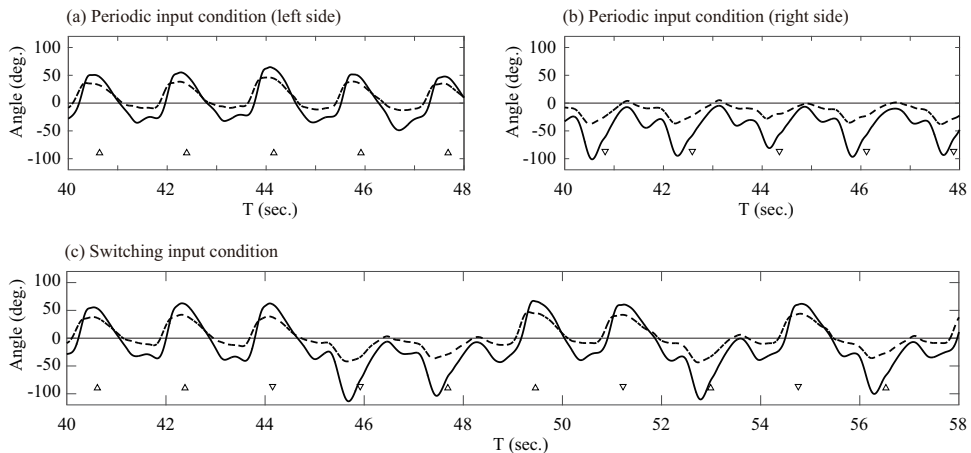


図2 時系列データの例（切替時間長1.75sec.）。(a)は左方向へ投動作用を繰り返した周期入力条件、(b)は右方向の結果である。(c)は切替入力条件の結果である。上向きの三角形は左方向のLEDs、下向きの三角形は右方向のLEDsが点灯した時点を示している。実線は肩、破線は腰の角度変位を示している。

### 3 結果と考察

図2 (a) は切替時間長 1.75sec. での周期入力条件において L のみが連続的に呈示された時の, (b) は R のみが連続的に呈示された時のデータ例を, (c) は切替入力条件におけるデータ例をそれぞれ示している。

切替入力条件での切替時間長 4.00sec., 2.50sec., 2.00sec. において, 超円筒状態空間  $\mathcal{M}$  に埋め込んだ結果が図3のパネル (a) (c) (e) であり, 超円筒状態空間を時間展開したパネルが (b) (d) (f) である。ポアンカレ断面  $\Sigma$  ( $\theta=0, 2\pi$ ) は, ボールが投射された時点であった。黒色の線は, 1つ前

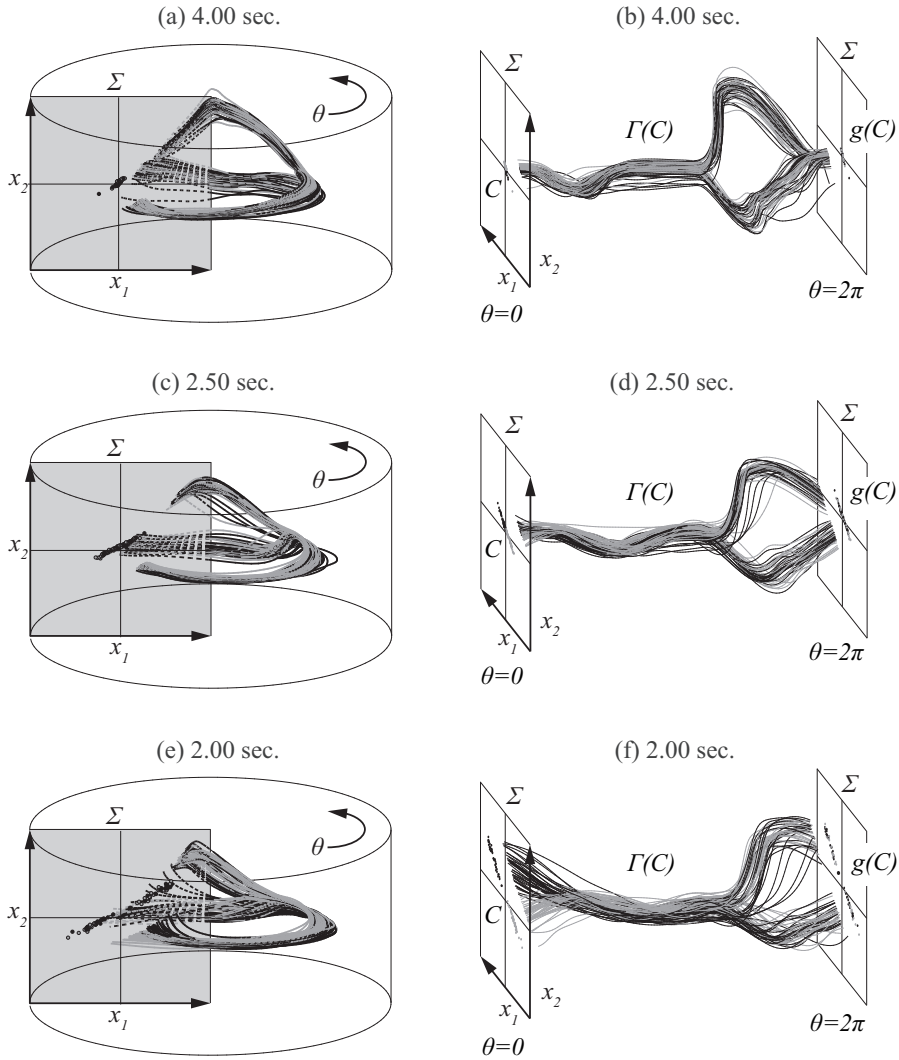


図3 切替時間長 4.00sec., 2.50sec., 2.00sec. での超円筒状態空間  $\mathcal{M}$  (左列) とその時間展開図  $\theta - (x_1, x_2)$  (右列)。  $x_1$  は腰,  $x_2$  は肩の角度変位である。

の入力がLで現在の入力がLあるいはR (LL, LR), 灰色の線は1つ前の入力がRで現在の入力がLあるいはR (RL, RR) を示している。パネル (b)(d)(f) は,  $\theta=0$  でのポアンカレ断面上の離散力学系の初期集合  $C$  から始まる連続力学系のすべての軌道の集合  $\Gamma(C)$  が  $\theta=0, 2\pi$  で終了することを示している。

図3と同様に, 図4のパネル (a) は, 切替入力条件での切替時間長 1.75sec. において, 超円筒状態空間  $\mathcal{M}$  に埋め込んだ結果であり, パネル (b) は時間展開した結果である。各線の色の違いは, 図3と同様である。パネル (b) の軌道  $\Gamma(C)$  を視認しやすくするため, 現在の入力の違いによって分類した結果がパネル (c) とパネル (d) である。これは, Lが呈示されたときの集合  $\gamma_L(C_L)$  が  $\theta=0$  での初期集合  $C$  から開始し,  $\theta=2\pi$  での集合  $g_L(C_L)$  で終了していること, Rが呈示されたときの集合  $\gamma_R(C_R)$  が  $\theta=0$  での初期集合  $C$  から開始し,  $\theta=2\pi$  での集合  $g_R(C_R)$  で終了していることを示している。これらの結果は, 2つの外部入力 (L, R) が乱順に呈示されても, それぞれの2つの入力に対応するアトラクタが存在し, それらのアトラクタは次の入力で励起されるアトラクタに収束していく状態を示していると考えられる。

図5は, 切替入力条件での各切替時間長における入力系列毎の平均軌道の結果である。切替時間長が長い条件 (特に, パネル a, 4.00sec.) では, ポアンカレ断面 ( $\theta=2\pi$ ) 上で軌道が収束しているだけでなく, 軌道全体が単軌道のようにであった。切替時間長の短縮 (特に, パネル d, 1.75sec.) に伴い, 8つの軌道が明確に認められるようになった。この8つの軌道は, 2つの入力を乱順に呈示したときの3次の系列, つまり8種の系列に対応した軌道である。さらにこの軌道は, 現時点の

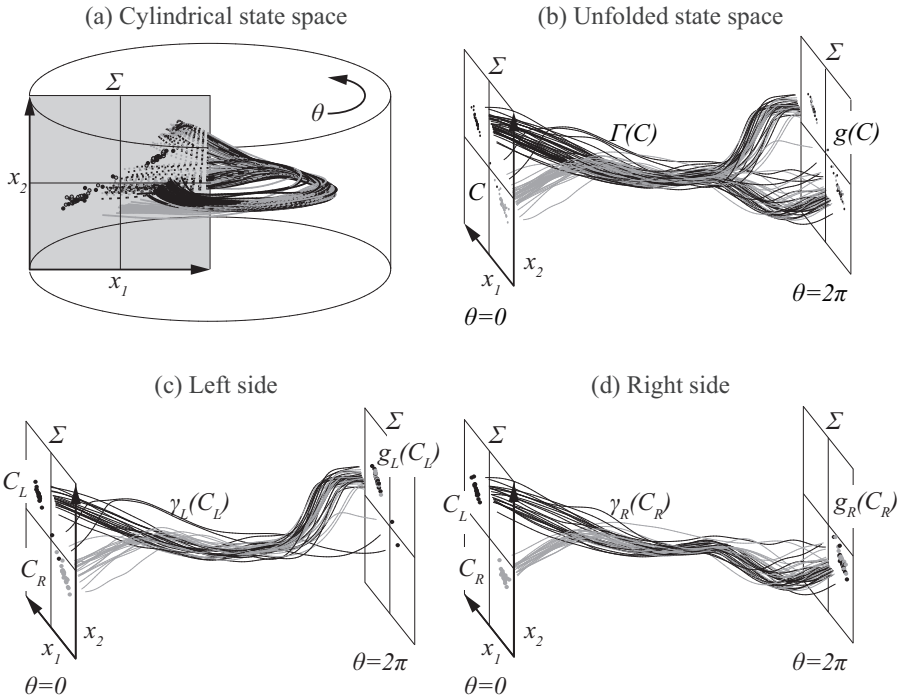


図4 切替時間長 1.75sec. での超円筒状態空間  $\mathcal{M}$  (a) と時間展開図  $\theta-(x_1, x_2)$  (b から d)。  $x_1$  は腰,  $x_2$  は肩の角度変位である。

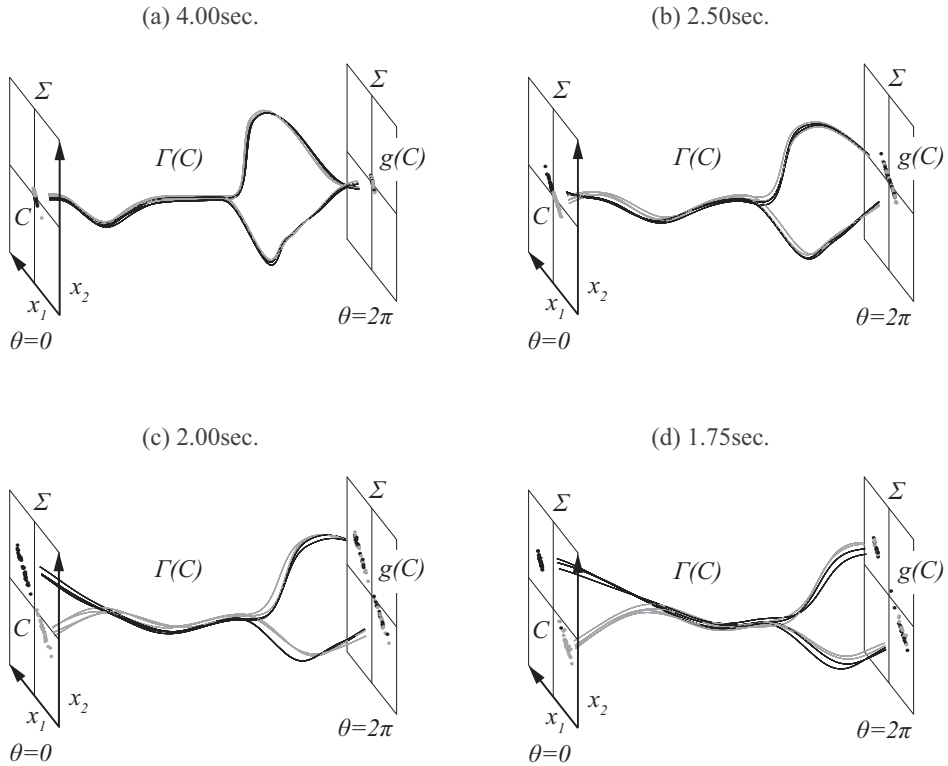


図5 切替時間長 4.00sec, 2.50sec., 2.00sec., 1.75sec. での時間展開図  $\theta - (x_1, x_2)$  における入力系列毎の平均軌道  $\Gamma(C)$ 。  $x_1$  は腰,  $x_2$  は肩の角度変位である。

入力から2つ前の入力までの履歴の影響を受けていること、つまり自己相似構造の結果を示していると考えられる。

図6のパネル (a) から (d) は切替入力条件での全切替時間長におけるポアンカレ断面 ( $\theta=2\pi$ ) 上の集合  $g(C)$  の結果である。黒色の集合  $g_L(C_L)$  は1つ前の入力がL, 現在の入力がLあるいはRの結果 (LL, LR) であり, 灰色の集合  $g_R(C_R)$  は1つ前の入力がR, 現在の入力がLあるいはRの結果 (RL, RR) である。これらの結果から, 切替時間長が長い条件から短い条件になると, 散布の状態が空間全体に徐々に発散していくことを確認できる。これは,  $T \rightarrow \infty$  では点に収束するが,  $T \rightarrow 0$  で2つのアトラクタ間を急速に切り替わり, 2つのアトラクタの周辺に拡散していくことを示している。

図6パネル (e) はGP法による相関積分の結果である。図6パネル (f) は相関積分による相関次元値 ( $D_c$ ) の結果と適合曲線の結果である。ただし, 適合曲線においては, 切替時間長 1.75sec. と 2.00sec. の相関次元値が同程度のため, 4.00, 2.50, 2.00sec. の相関次元値に適合したときの結果である。図7は, 平均残差平方和の値の図示化である。これらの結果から, 平均残差平方和の値が最も小さかった係数  $a$  と定数項  $b$  によって,  $D=1.51/T+0.46$  が選択された。そのときの平均残差平方和の値は 0.0052 であった。これは, 左右方向への投動作の切替運動における時間間隔  $T$  と相関次元  $D_c$  の関係が, 大よそ  $D \propto 1/T$  であること (Gohara & Okuyama, 1999b; Nishikawa &

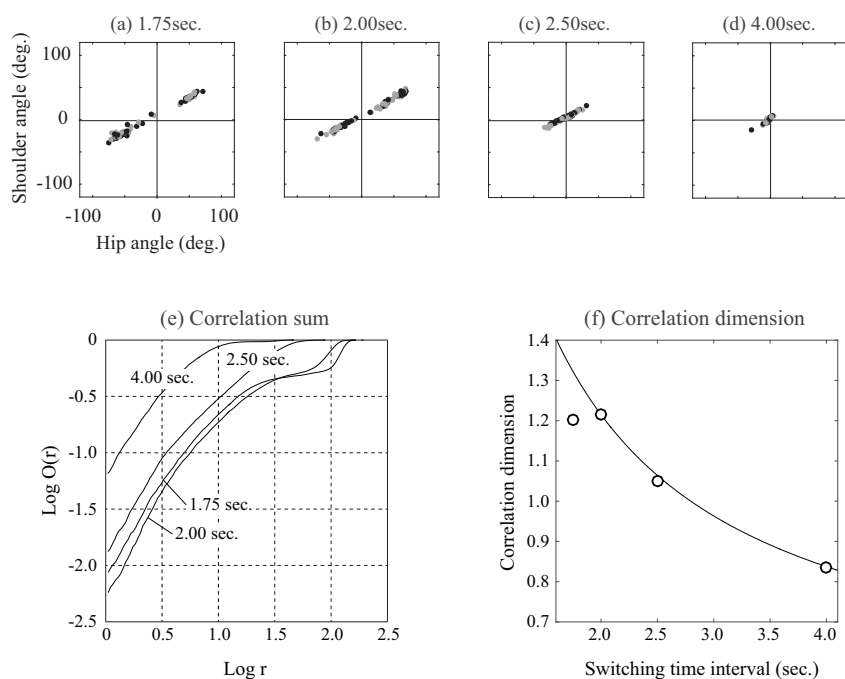


図6 全切替時間長でのポアンカレ断面( $\theta=2\pi$ ) (a から d), 相関積分 (e), 相関次元値およびその適合曲線 (f)

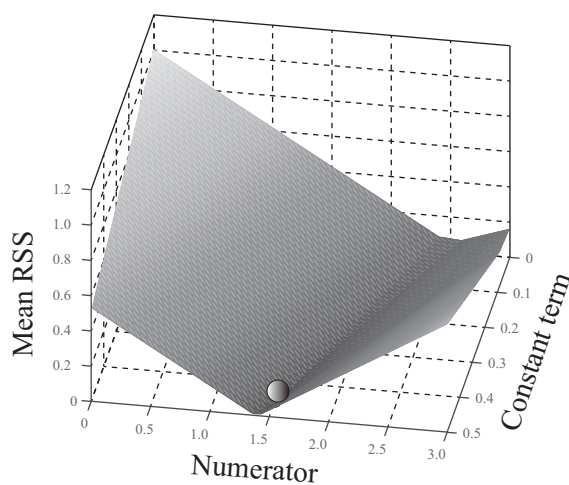


図7 適合曲線の係数  $a$  および定数  $b$  を変化させたときの平均残差平方和 (MeanRSS)。図中の球は、最も平均残差平方和が小さかった  $a$  と  $b$  の組み合わせを示している。

Gohara, 2002) を示唆している。そして、この結果は、相関次元  $D_c$  が入力時間間隔  $T$  へ依存していること (Nishikawa & Gohara, 2002) を意味する。

## 4 まとめ

自己相似構造は、様々な領域、例えば強制減衰振動子 (Gohara, Sakurai, & Sato, 2000), 電子回路 (Nishikawa & Gohara, 2002), 人口ニューラルネットワーク (Sato & Gohara, 2001) などで検証されただけでなく、スポーツの打動作 (Yamamoto & Gohara, 2000 はテニス, Suzuki & Yamamoto, 2015 は卓球) で観察されてきた。本研究では、ボールを捕球したあと、左右方向に急速に切り替えて投げる運動では、乱順に投げる方向が呈示されたときに、どのような振る舞いを示すか、そして切替時間長  $T$  がその振る舞いにどのように影響しているか、その関係に規則性があるか、を検討した。この乱順は、2つの入力 of 3 次の系列、つまり 8 種の系列で構成されている。仮に、人間の運動パターンの反復に規則性がないのならば、8 種の系列効果はなく、1つのパターンに収束する。本研究の結果は、投動作においても系列効果があること、しかもそれは自己相似構造になっていることを示唆していた。さらに、切替時間長  $T$  と相関次元  $D_c$  の関係はおおよそ  $D \propto 1/T$  という結果を示していた。

## 5 謝辞

本研究は JSPS 科研費 24240085 および南山大学 2014 年度パッヘ I-A-1 の助成により実施された。

## 文献

- Arecchi, F. T., Gadomski, W., & Meucci, R. (1986) Generation of chaotic dynamics by feedback on a laser. *Phys Rev A*, 34, 1617–1620.
- Chua, L. O., Itoh, M., Kocarev, L., & Eckert, K. (1993a) Chaos synchronization in Chua's circuit. *J Circuits Syst Comput*, 3, 93–108.
- Chua, L. O., Wu, C. W., Huang, A., & Zhong, G. Q. (1993b) A universal circuit for studying and generating chaos. *IEEE Trans Circuits Syst I*, 40, 732–761.
- Constantin, P., Procaccia, I., & Sreenivasan, K. R. (1991) Fractal geometry of isoscalar surfaces in turbulence: Theory and experiments. *Phys Rev Lett*, 67, 1739–1742.
- Gohara, K. & Okuyama, A. (1999a) Dynamical systems excited by temporal inputs: Fractal transition between excited attractors. *Fractals*, 7, 205–220.
- Gohara, K. & Okuyama, A. (1999b) Fractal transition: Hierarchical structure and noise effect. *Fractals*, 7, 313–326.
- Gohara, K., Sakurai, H., & Sato, S. (2000) Experimental verification for fractal transition using a force damped oscillator. *Fractals*, 8, 67–72.
- Goldberger, A. L., Rigney, D. R., & West, B. J. (1990) Chaos and fractals in human physiology. *Sci Am*, 262, 42–49.
- Grassberger, P. & Procaccia, I. (1983) Characterization of strange attractors. *Phys Rev Lett*, 50, 346–349.
- Kadota, H., Kudo, K., & Ohtsuki, T. (2004) Time-series pattern changes related to movement rate in synchronized human tapping. *Neurosci Lett*, 370, 97–101.
- Kelso, J. A. S. (1995) *Dynamic Pattern: The Self-organization of Brain and Behavior*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Kijima, A., Yokoyama, K., Shima, H., & Yamamoto, Y. (2014) Emergence of self-similarity in football dynamics. *Eur Phys J B*, 87, 41.



- Maas, L. R. M., Benielli, D., Sommeria, J., & Lam, F. P. A. (1997) Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid. *Nat*, 388, 557–561.
- Mandelbrot, B. (1967) How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, 156, 636–638.
- Matias, M. A., Muñuzuri, V. P., Lorenzo, M. N., Mariño, I. P., & Villar, P. (1997) Observation of a fast rotating wave in rings of coupled chaotic oscillators. *Phys Rev Lett*, 78, 219–222.
- Mestl, T., Bagley R. J., & Glass, L. (1997) Common chaos in arbitrarily complex feed-back networks. *Phys Rev Lett*, 79, 653–656.
- Miyazaki, M., Kadota, H., Kudo, K., Masani, K., & Ohtsuki, T. (2001) Fractal correlation of initial trajectory dynamics vanishes at the movement end point in human rapid goal-directed movements. *Neurosci Lett*, 304, 173–6.
- Nishikawa, J. & Gohara, K. (2002) Fractals in an electronic circuit driven by switching inputs. *Int J Bifurcation and Chaos*, 12, 827–834.
- Oldfield, R. C. (1971) The assessment and analysis of handedness: The Edinburgh inventory. *Neuropsychologia*, 9, 97–113.
- Sato, S. & Gohara, K. (2001) Fractal transition in continuous recurrent neural networks. *Int J Bifurcation and Chaos*, 11, 421–434.
- Schmidt, R. A. (1991) *Motor Learning and Performance: From Principles to Practice*. Champaign, IL: Human Kinetics.
- Schmidt, R. A. & Wrisberg, C. A. (2004) *Motor Learning and Performance* (3rd Ed.). Champaign, IL: Human Kinetics.
- Schmiegel, A. & Eckhardt, B. (1997) Fractal stability border in plane Couette flow. *Phys Rev Lett*, 79, 5250–5253.
- Suzuki, H. & Yamamoto, Y. (2015) Robustness to temporal constraint explains expertise in ball-over-net sports. *Hum Mov Sci*, 41, 193–206.
- Tanii, K., Tachikawa, M., Tohei, T., Hong, F. -L., & Shimizu, T. (1991) Instability and chaos in two-mode oscillation of a CO<sub>2</sub> laser modulated by a saturable absorber. *Phys Rev A*, 43, 1498–1501.
- Tanii, K., Tohei, T., Sugawara, T., Tachikawa, M., & Shimizu, T. (1999) Two different routes to chaos in a two-mode CO<sub>2</sub> laser with a saturable absorber. *Phys Rev E*, 59, 1600–1604.
- Wada, R. & Gohara, K. (2001a) Closures of fractal sets in nonlinear dynamical systems with switched inputs. *Int J Bifurcation and Chaos*, 11, 2205–2215.
- Wada, R. & Gohara, K. (2001b) Fractal and closures of linear dynamical systems excited stochastically by temporal inputs. *Int J Bifurcation and Chaos*, 11, 755–779.
- Yamamoto, Y. & Gohara, K. (2000) Continuous hitting movements modeled from the perspective of dynamical systems with temporal input. *Hum Mov Sci*, 19, 341–371.
- Yokoyama, K. & Yamamoto, Y. (2011) Three people can synchronize as coupled oscillators during sports activities. *PLoS Compu Biol*, 7, e1002181.