

SN比の信頼区間の導出と支援ソフトウェアの拡張

吉田 裕哉* 松田 眞一†

E-Mail: matsu@nanzan-u.ac.jp

タグチメソッドのSN比の分布についての直近の研究として松月 [9] がある。松月 [9] は藤井・松田 [2] を基に Excel 上のデータから R で計算して SN 比の信頼区間の結果を Excel に出力するプログラムを作成した。本論文では藤井・松田 [2] の 2 因子のデータ構造から 3 因子に拡張して SN 比の信頼区間を導出し、それに応じた計算ツールの拡張も行った。

1 はじめに

近年製造業などで注目されているものとしてタグチメソッドがあげられ、タグチメソッドの中でも重みを占めているものに SN 比がある。SN 比の理論に対して松月 [9] は統計ソフトウェア R よりも利用する機会が多い Excel に注目し、Excel から R を通して解析するプログラムを作成している。しかし、作成されたプログラムでは 2 因子までという制限があった。そこで、本論文ではさらに制御因子数を増やした場合についての理論を構築し、より実践的な場面でも活用できるように制御因子数を増やした場合にも対応した信頼区間の計算を行うプログラムの作成を目指す。松月 [9] では近似法は MCL-M 法を利用していたが、本論文では松田 [8] によって修正され、性能を評価した MCL-E 法を用いる。

1.1 過去の研究

堀井・松田 [4] は、永田 [10] の考えに基づき SN 比の分布の元となる 2 重非心 F 分布についての研究を行い、既存の近似法ではなくモンテカルロ法が妥当であると結論づけた。前廣ら [7] では他の近似法について研究を行い近似法のうち MCL-M 法が有効であると結論づけた。また、前廣ら [7] では SN 比の信頼区間の導出を試み、SN 比の再現性 $\pm 3db$ は幅 $6db$ に関しては問題がないが、対称性は無いため $\pm 3db$ の値は緩い基準であることが分かった。

藤村・松田 [3] では制御因子は 1 因子のみを用いて解析を行い、静特性ではすべてのシミュレーション結果において下側に $\pm 3db$ を切ったものが多く、動特性では $\pm 3db$ の値は緩い基準ではないため変更する必要はないと結論を得た。SN 比における $\pm 3db$ では幅 $6db$ における妥当性や対称性については、静特性と動特性では一律の基準ではないと結論づけた。

藤井・松田 [2] では藤村・松田 [3] で欠点としていたデータ構造の拡張を行い、二元配置のデータを用いて行われた。シミュレーションにより二元配置データにおける SN 比の幅は、静特性のときは非常に緩い基準になり、動特性の場合でもまれに緩くなることが確認された。また、 $\pm 3db$ の対称性はなく、上下幅はどちらか緩くなることが多いと分かり、動特性、静特性ともに信頼区間を使うべきと結論づけた。

一方、有蘭ら [1] は前廣ら [7] が参照した文献の式にミスがあることを発見し、新たなパーセント点近似法を提案した。井上ら [5] は過去のパーセント点近似法の比較を行っている。

*南山大学大学院理工学研究所システム数理専攻

†南山大学理工学部データサイエンス学科

松田 [8] では SN 比で主に使われる非心度が大きい場合のパーセント点近似法の比較を行い、有蘭ら [1] が修正した MCL-E 法のほうが MCL-M 法より優れていることを示した。

松月 [9] では藤村・松田 [3] と藤井・松田 [2] によって R で組まれたプログラムを基に、Excel からデータを読みこみ R で解析を行い、データを返すというプログラムを作成した。しかし、松月 [9] の作成したプログラムでは静特性一元配置から動特性二元配置までとなっている。そこで、本論文ではデータ構造をさらに拡張し、3 因子にも対応したプログラムの作成を行う。

2 タグチメソッドについて

田口玄一氏が考案した、実験計画法をルーツとする品質技術を国内では品質工学と呼ぶが、海外ではタグチメソッドと呼ばれている。

実験計画法とはある目的の結果に影響を与える因子の効果を少数の実験で評価できるようにするための統計的手法である。タグチメソッドでは品質問題の未然防止に注目し、ばらつきを低減することで安定したモノづくりを行えるように工夫されている。

(立林 [11], 藤村・松田 [3] 参照)

2.1 SN 比とは

タグチメソッドにおける SN 比とは、入力と出力の関係においてノイズによる影響を数値化したものである。この値が大きいほどノイズに対して強い。すなわち、SN 比が大きくなるような因子の水準を用いることにより、ばらつきが小さく安定したモノづくりが行える。初めに SN 比の高い条件を選び、次に感度を目標値に設定することを二段階設計という。

タグチメソッドでは入出力関係のシステムにおいて大きく静特性と動特性の 2 種類に分けられる。静特性とは出力のための入力がなく、出力が一定の値であることが求められるシステムのことである。本論文で静特性については、目標値に合わせこむ望目特性のみを扱う。動特性とは入力の変化に応じて、出力も変化するシステムのことである。本論文で動特性については、信号がゼロのとき出力がゼロであることが明白な場合に分類されるゼロ点比例式のみを扱う。

(立林 [11] 参照)

3 SN 比のデータ構造

本論文では藤井・松田 [2] の二元配置までの SN 比の理論を拡張して三元配置の場合について述べる。

3.1 三元配置データ構造

3.1.1 静特性 (望目特性) の SN 比

制御因子が A, B, C の場合の m 回の繰り返し実験で、誤差因子が N だけのときのデータを表 1 とする。

表 1: 静特性 3 因子のデータ形式 (A_i 規定)

水準		N_1, \dots, N_r	平均	不偏分散	SN 比					
A_1	B_1	C_1	$x_{11111}, \dots, x_{111r1}$ ⋮ $x_{1111m}, \dots, x_{111rm}$	\bar{x}_{A_1}	V_{A_1}	γ_{A_1}				
		⋮	⋮							
		C_c	$x_{11c11}, \dots, x_{11cr1}$ ⋮ $x_{11c1m}, \dots, x_{11crm}$							
		⋮	⋮							
		B_b	C_1				$x_{1b111}, \dots, x_{1b1r1}$ ⋮ $x_{1b11m}, \dots, x_{1b1rm}$			
			⋮				⋮			
	C_c		$x_{1bc11}, \dots, x_{1bcr1}$ ⋮ $x_{1bc1m}, \dots, x_{1bcm}$							
	⋮		⋮							
	⋮		⋮							
	⋮		⋮							
	A_a	B_1	C_1				$x_{a1111}, \dots, x_{a11r1}$ ⋮ $x_{a111m}, \dots, x_{a11rm}$	\bar{x}_{A_a}	V_{A_a}	γ_{A_a}
			⋮				⋮			
C_c			$x_{a1c11}, \dots, x_{a1cr1}$ ⋮ $x_{a1c1m}, \dots, x_{a1crm}$							
⋮			⋮							
B_b			C_1	$x_{ab111}, \dots, x_{ab1r1}$ ⋮ $x_{ab11m}, \dots, x_{ab1rm}$						
			⋮	⋮						
		C_c	$x_{abc11}, \dots, x_{abcr1}$ ⋮ $x_{abc1m}, \dots, x_{abcrm}$							
		⋮	⋮							
		⋮	⋮							
		⋮	⋮							

制御因子 A の水準 i での平均を \bar{x}_{A_i} 、不偏分散を V_{A_i} とするとき、因子 A の水準 i での標本 SN 比は、式 (1) で与えられる。

$$\gamma_{A_i} = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}} \right) \quad (1)$$

ここで、 x_{ijklhl} のデータ構造が式 (2) のように成り立っていると考える。

$$x_{ijklhl} = \mu'_{ijk} + n_{ijkh} + \epsilon_{ijklhl} = \mu + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + n_{ijkh} + \epsilon_{ijklhl} \quad (2)$$

μ'_{ijk} : 制御因子の各水準での平均

$$(\mu'_{ijk} = \mu + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk})$$

n_{ijkh} : $A_i B_j C_k$ 水準での誤差因子 N_h 水準の影響の大きさ

$$(n_{ijkh} = n_h + (an)_{ih} + (bn)_{jh} + (cn)_{kh} + (abn)_{ijh} + (acn)_{ikh} + (bcn)_{jkh} + (abcn)_{ijkh})$$

(繰り返しなしの時は $n_{ijkh} = n_h + (an)_{ih} + (bn)_{jh} + (cn)_{kh} + (abn)_{ijh} + (acn)_{ikh} + (bcn)_{jkh}$)

ϵ_{ijklhl} : データを取る際に生じる誤差因子以外の誤差

なお、 $(ab)_{ij}$ 等は因子の組み合わせによる交互作用を表し、制約条件として、

$$\sum_i (ab)_{ij} = \sum_j (ab)_{ij} = 0, \quad \sum_i (ac)_{ik} = \sum_k (ac)_{ik} = 0, \quad \sum_j (bc)_{jk} = \sum_k (bc)_{jk} = 0$$

$$\sum_i (abc)_{ijk} = \sum_j (abc)_{ijk} = \sum_k (abc)_{ijk} = 0$$

が成り立つ。一方、 $d_{ijkh} = b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + n_{ijkh}$ (このとき

$\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh} = 0$) とすると x_{ijklhl} は次のように表せる。

$$x_{ijklhl} = \mu + a_i + d_{ijkh} + \epsilon_{ijklhl}$$

ただし、誤差は $E(\epsilon_{ijklhl}) = 0$ 、 $V(\epsilon_{ijklhl}) = \sigma_i^2$ (ただし A_i の下で規定) とし、 $\sum_{i=1}^a a_i = 0$ 、 $\sum_{j=1}^b b_j = 0$ 、 $\sum_{k=1}^c c_k = 0$ である。このとき、 x_{ijklhl} の A_i の下での平均は、

$$\begin{aligned} \bar{x}_{A_i} &= \frac{1}{bcm} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m (\mu + a_i + d_{ijkh} + \epsilon_{ijklhl}) \\ &= (\mu + a_i) + \frac{1}{bcm} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijklhl} \end{aligned} \quad (3)$$

であり、式 (3) の期待値を求めると、

$$E(\bar{x}_{A_i}) = \mu + a_i \quad (4)$$

となる。また、

$$\begin{aligned} S &= \frac{(\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_{ijklhl})^2}{bcm} \\ &= \frac{\{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m (\mu + a_i + d_{ijkh} + \epsilon_{ijklhl})\}^2}{bcm} \\ &= bcm(\mu + a_i)^2 + 2(\mu + a_i) \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijklhl} + \frac{(\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijklhl})^2}{bcm} \end{aligned}$$

とおき、これを用いると不偏分散は、

$$V_{A_i} = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_{ijklhl}^2 - S}{bcm - 1}$$

となる。そして、

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_{ijkhl}^2 \\ &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \{(\mu + a_i)^2 + d_{ijkh}^2 + 2(\mu + a_i)d_{ijkh} + 2\epsilon_{ijkhl}(\mu + a_i + d_{ijkh}) + \epsilon_{ijkhl}^2\} \\ &= bcrm(\mu + a_i)^2 + m \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2 + \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \{2\epsilon_{ijkhl}(\mu + a_i + d_{ijkh}) + \epsilon_{ijkhl}^2\} \end{aligned}$$

となり、 $\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_{ijkhl}^2 - S$ は

$$\begin{aligned} & m \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2 + 2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m d_{ijkh} \epsilon_{ijkhl} + \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijkhl}^2 \\ & - \frac{(\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijkhl})^2}{bcrm} \end{aligned}$$

となる。ゆえに、 V_{A_i} に期待値を求めると式 (5) のように求められる。

$$\begin{aligned} E(V_{A_i}) &= \frac{m}{bcrm - 1} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2 + \frac{2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m d_{ijkh} E(\epsilon_{ijkhl})}{bcrm - 1} \\ &+ \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m E(\epsilon_{ijkhl}^2)}{bcrm - 1} - \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m E(\epsilon_{ijkhl}^2)}{bcrm(bcrm - 1)} \quad (5) \\ &= \frac{m}{bcrm - 1} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2 + \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \frac{V(\epsilon_{ijkhl})}{bcrm} \\ &= \frac{m \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2}{bcrm - 1} + \sigma_i^2 \end{aligned}$$

よって、母 SN 比は式 (4) と (5) より、式 (6) のように求められる。

$$10 \log_{10} \frac{(\mu + a_i)^2}{\frac{m \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2}{bcrm - 1} + \sigma_i^2} \quad (6)$$

次に誤差 ϵ_{ijkhl} に正規性を仮定して確率分布を求める。 $I = m \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r d_{ijkh}^2$ とする。標本 SN 比の式 (1) の対数内の確率変数は

$$\begin{aligned} \frac{\bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}} &= \left\{ \frac{\bar{x}_{A_i}}{\sqrt{V_{A_i}}} \right\}^2 = \left\{ \frac{(\bar{x}_{A_i} - \mu - a_i)/\sqrt{\sigma_i^2/bcrm} + (\mu + a_i)/\sqrt{\sigma_i^2/bcrm}}{\sqrt{V_{A_i}}/\sqrt{\sigma_i^2/bcrm}} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{(\bar{x}_{A_i} - \mu - a_i)/\sqrt{\sigma_i^2/bcrm} + (\mu + a_i)\sqrt{bcrm}/\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 \chi^2(bcrm - 1, \frac{I}{\sigma_i^2})/(bcrm - 1)}/\sqrt{\sigma_i^2/bcrm}} \right\}^2 \end{aligned}$$

となる。したがって、次のような 2 重非心 t 分布で説明される。

$$\sqrt{\frac{bcrm \bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}}} \sim t'' \left(bcrm - 1, \sqrt{bcrm} \frac{\mu + a_i}{\sigma_i}, \frac{I}{\sigma_i^2} \right)$$

2重非心 t 分布の2乗は2重非心 F 分布となるので次の分布で表すことができる。

$$\frac{bcm\bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}} \sim F''(1, bcm - 1, \delta_1, \delta_2) \quad (7)$$

$$\delta_1 = \frac{bcm(\mu + a_i)^2}{\sigma_i^2}, \delta_2 = \frac{I}{\sigma_i^2}$$

よって、静特性 (望目特性) は上記に表される2重非心 F 分布に従うことがわかる。

なお、繰り返しなしの場合は $\epsilon_{ijkhl} = (abcn)_{ijkh}$ となるので4次の交互作用 $(abcn)_{ijkh}$ が存在しない必要がある。また、交互作用が存在しない場合でもデータからの計算では $(abcn)_{ijkh}$ の推定値は値を持ち、 $\sum_{l=1}^m \hat{\epsilon}_{ijkhl} = 0$ のような性質を持たないので、母SN比の式に推定値を入れて計算したものが標本SN比と一致しないことになる。そのため、可能性として4次の交互作用が大きいと母SN比から構成される信頼区間に標本SN比が含まれないということも起こりうることに注意する。そのため、精度よくSN比を求めたい場合は繰り返しは必須であろう。

3.1.2 動特性 (ゼロ点比例式) のSN比

制御因子が A, B, C で入力信号が x_1, \dots, x_m の場合の実験で誤差因子が N だけのときのデータを表2とする。

このとき因子 A の水準 i での標本SN比は、式(8)のように表される。

$$\gamma_{A_i} = 10 \log_{10} \left(\frac{\hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{e_{A_i}}} \right) \quad (8)$$

$$\left(\hat{\beta}_{A_i} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \hat{\beta}_{A_i B_j C_k N_h} / bcr \right)$$

次に y_{ijkhl} のデータを入力信号 x_l に対する各 A_i, B_j, C_k 全体での傾き $\beta_{A_i}, \beta_{B_j}, \beta_{C_k}$ と、 A_i, B_j, C_k を誤差因子 N_h で場合分けした時の傾きと誤差 ϵ_{ijkhl} で以下のように成り立つと考える。ただし、母数でも $\beta_{A_i} = \sum_j \sum_k \sum_h \beta_{A_i B_j C_k N_h} / bcr$ 等が成り立つとする。

$$y_{ijkhl} = \beta_{A_i} x_l + (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i}) x_l + \epsilon_{ijkhl} \quad (A_i \text{ 規定})$$

$$y_{ijkhl} = \beta_{B_j} x_l + (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{B_j}) x_l + \epsilon_{ijkhl} \quad (B_j \text{ 規定})$$

$$y_{ijkhl} = \beta_{C_k} x_l + (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{C_k}) x_l + \epsilon_{ijkhl} \quad (C_k \text{ 規定})$$

ここで、誤差は $E(\epsilon_{ijkhl}) = 0$, $V(\epsilon_{ijkhl}) = \sigma_i^2$ (ただし A_i の下で規定) である。すなわち、

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{A_i} &= \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m y_{ijkhl} x_l}{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_l^2} \\ &= \beta_{A_i} + \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_l \epsilon_{ijkhl}}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \end{aligned} \quad (9)$$

であり、式(9)の期待値を求めると、

$$E(\hat{\beta}_{A_i}) = \beta_{A_i} + \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_l E(\epsilon_{ijkhl})}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} = \beta_{A_i} \quad (10)$$

表 2: 動特性 3 因子のデータ形式 (A_i 規定)

水準			x_1, \dots, x_m	傾き	残差分散	SN 比			
A_1	B_1	C_1	N_1	$y_{11111}, \dots, y_{1111m}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_1 C_1 N_1}$	V_{eA_1}	γ_{A_1}		
			\vdots	\vdots	\vdots				
			N_r	$y_{111r1}, \dots, y_{111rm}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_1 C_1 N_r}$				
		\vdots	\vdots	\vdots					
		C_c	N_1	$y_{11c11}, \dots, y_{11c1m}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_1 C_c N_1}$				
			\vdots	\vdots	\vdots				
	N_r		$y_{11cr1}, \dots, y_{11crm}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_1 C_c N_r}$					
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			\vdots	\vdots
	B_b	C_1	N_1	$y_{1b111}, \dots, y_{1b11m}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_b C_1 N_1}$				
			\vdots	\vdots	\vdots				
			N_r	$y_{1b1r1}, \dots, y_{1b1rm}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_b C_1 N_r}$				
		\vdots	\vdots	\vdots					
C_c		N_1	$y_{1bc11}, \dots, y_{1bc1m}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_b C_c N_1}$					
		\vdots	\vdots	\vdots					
	N_r	$y_{1bcr1}, \dots, y_{1bcm}$	$\hat{\beta}_{A_1 B_b C_c N_r}$						
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			
A_a	B_1	C_1	N_1	$y_{a1111}, \dots, y_{a111m}$	$\hat{\beta}_{A_a B_1 C_1 N_1}$	V_{eA_a}	γ_{A_a}		
			\vdots	\vdots	\vdots				
			N_r	$y_{a11r1}, \dots, y_{a11rm}$	$\hat{\beta}_{A_a B_1 C_1 N_r}$				
		\vdots	\vdots	\vdots					
		C_c	N_1	$y_{a1c11}, \dots, y_{a1c1m}$	$\hat{\beta}_{A_a B_1 C_c N_1}$				
			\vdots	\vdots	\vdots				
	N_r		$y_{a1cr1}, \dots, y_{a1crm}$	$\hat{\beta}_{A_a B_1 C_c N_r}$					
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			\vdots	\vdots
	B_b	C_1	N_1	$y_{ab111}, \dots, y_{ab11m}$	$\hat{\beta}_{A_a B_b C_1 N_1}$				
			\vdots	\vdots	\vdots				
			N_r	$y_{ab1r1}, \dots, y_{ab1rm}$	$\hat{\beta}_{A_a B_b C_1 N_r}$				
		\vdots	\vdots	\vdots					
C_c		N_1	$y_{abc11}, \dots, y_{abc1m}$	$\hat{\beta}_{A_a B_b C_c N_1}$					
		\vdots	\vdots	\vdots					
	N_r	$y_{abcr1}, \dots, y_{abcrm}$	$\hat{\beta}_{A_a B_b C_c N_r}$						

となる. S_{eA_i} を下記のようにおいて計算を行うと,

$$\begin{aligned} S_{eA_i} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \{y_{ijklhl} - \hat{\beta}_{A_i} x_l\}^2 \\ &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i})^2 \sum_{l=1}^m x_l^2 + \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m \epsilon_{ijklhl}^2 \\ &\quad - \frac{(\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m x_l \epsilon_{ijklhl})^2}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \\ &\quad + 2 \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r \sum_{l=1}^m (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i}) x_l \epsilon_{ijklhl} \end{aligned}$$

となる. $V_{eA_i} = \frac{S_{eA_i}}{bcr m - 1}$ より, V_{eA_i} の期待値を求めると,

$$E(V_{eA_i}) = \frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i})^2 \sum_{l=1}^m x_l^2}{bcr m - 1} + \sigma_i^2 \quad (11)$$

である. よって, 母 SN 比は, 式 (10) と (11) より, 式 (12) のようになる.

$$10 \log_{10} \frac{\beta_{A_i}^2}{\frac{\sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i})^2 \sum_{l=1}^m x_l^2}{bcr m - 1} + \sigma_i^2} \quad (12)$$

ここで, 誤差 ϵ_{ijklhl} に正規性を持たせて, 静特性と同様に式変形を行う.

$J = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{h=1}^r (\beta_{A_i B_j C_k N_h} - \beta_{A_i})^2 \sum_{l=1}^m x_l^2$ として標準化を行うと,

$V(\hat{\beta}_{A_i}) = \frac{\sigma_i^2}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2}$ より, 標本 SN 比の式 (8) の対数内の確率変数は

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}} &= \left\{ \frac{\hat{\beta}_{A_i}}{\sqrt{V_{eA_i}}} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} (\hat{\beta}_{A_i} - \beta_{A_i}) / \sigma_i + \sqrt{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \beta_{A_i} / \sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 \chi^2 \left(bcr m - 1, \frac{J}{\sigma_i^2} \right) / (bcr m - 1) / \sqrt{\sigma_i^2 / bcr \sum_{l=1}^m x_l^2}}} \right\}^2 \end{aligned}$$

となり, 次の分布に従うことがわかる.

$$\sqrt{\frac{(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) \hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}}} \sim t'' \left(bcr m - 1, \sqrt{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \frac{\beta_{A_i}}{\sigma_i}, \frac{J}{\sigma_i^2} \right)$$

2 重非心 t 分布の 2 乗は 2 重非心 F 分布となるので,

$$\begin{aligned} \frac{(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) \hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}} &\sim F''(1, bcr m - 1; \delta_1, \delta_2) \\ \delta_1 &= \frac{(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) \beta_{A_i}^2}{\sigma_i^2}, \delta_2 = \frac{J}{\sigma_i^2} \end{aligned} \quad (13)$$

となる. よって, 動特性 (ゼロ点比例式) は 2 重非心 F 分布に従うことがわかる.

4 感度について

松月 [9] と同様にして下記を得る.

4.1 静特性三元配置の感度

静特性三元配置の感度は以下の通りである.

$$S_{A_i} = 10 \log_{10} \bar{x}_{A_i}^2, S_{B_i} = 10 \log_{10} \bar{x}_{B_i}^2, S_{C_i} = 10 \log_{10} \bar{x}_{C_i}^2$$

4.2 動特性三元配置の感度

動特性三元配置の感度は以下の通りである.

$$S_{A_i} = 10 \log_{10} \hat{\beta}_{A_i}^2, S_{B_i} = 10 \log_{10} \hat{\beta}_{B_i}^2, S_{C_i} = 10 \log_{10} \hat{\beta}_{C_i}^2$$

5 SN 比の信頼区間の導出

F'' を 2 重非心 F 分布に従う確率変数としたとき, その下側点の真値を f_1 , 上側点の真値を f_2 とすると,

$$\Pr \{f_1 \leq F'' \leq f_2\} = 1 - \alpha \quad (14)$$

と表せる. なお, f_1, f_2 は外側確率 $\frac{\alpha}{2}$ ずつで計算する (前廣ら [7] 参照).

5.1 静特性三元配置の信頼区間

標本 SN 比の式と 2 重非心 F 分布の関係式 (7) から, 式 (14) を元に

$$\Pr \left\{ f_1 \leq \frac{bcm \bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}} \leq f_2 \right\} = 1 - \alpha$$

となる. γ_{A_i} の不等式に変形すると, 標本 SN 比より,

$$\frac{\bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}} = 10^{\frac{\gamma_{A_i}}{10}}$$

となる. これを $\frac{bcm \bar{x}_{A_i}^2}{V_{A_i}}$ に代入すると, $bcm 10^{\frac{\gamma_{A_i}}{10}}$ となり, γ_{A_i} について解くと,

$$10 \log_{10} \frac{f_1}{bcm} \leq \gamma_{A_i} \leq 10 \log_{10} \frac{f_2}{bcm}$$

となる. よって, 信頼区間は $\left[10 \log_{10} \frac{f_1}{bcm}, 10 \log_{10} \frac{f_2}{bcm} \right]$ となる.

5.2 動特性三元配置の信頼区間

標本 SN 比の式と 2 重非心 F 分布の関係式 (13) から, 式 (14) を元に

$$\Pr \left\{ f_1 \leq \frac{(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) \hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}} \leq f_2 \right\} = 1 - \alpha$$

となる. γ_{A_i} の不等式に変形すると, 標本 SN 比より,

$$\frac{\hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}} = 10^{\frac{\gamma_{A_i}}{10}}$$

となる. これを $\frac{(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) \hat{\beta}_{A_i}^2}{V_{eA_i}}$ に代入すると, $(bcr \sum_{l=1}^m x_l^2) 10^{\frac{\gamma_{A_i}}{10}}$ となり, γ_{A_i} について解くと,

$$10 \log_{10} \frac{f_1}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \leq \gamma_{A_i} \leq 10 \log_{10} \frac{f_2}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2}$$

となる. よって, 信頼区間は $\left[10 \log_{10} \frac{f_1}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2}, 10 \log_{10} \frac{f_2}{bcr \sum_{l=1}^m x_l^2} \right]$ となる.

6 2重非心 F 分布

前節の信頼区間の実用化のために 2 重非心 F 分布のパーセント点を求める必要がある.

$F''(\nu_1, \nu_2, \lambda_1, \lambda_2)$ を以下で定義される 2 重非心 F 分布の確率変数とする.

$$F''(\nu_1, \nu_2, \lambda_1, \lambda_2) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \frac{\chi'_{\nu_1}{}^2(\lambda_1)}{\nu_1} \right\} / \left\{ \frac{\chi'_{\nu_2}{}^2(\lambda_2)}{\nu_2} \right\}$$

ただし, 分母と分子の χ'^2 はそれぞれパラメータ (自由度, 非心度) が (ν_1, λ_1) と (ν_2, λ_2) の独立した非心カイ 2 乗分布に従う確率変数である. 2 重非心 F 分布の確率密度関数は次のように定義される (鳥越 [12] 参照).

$$p_{F''}(x; \nu_1, \nu_2, \lambda_1, \lambda_2) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} (-1)^{r+t} \frac{(\lambda_1/2)^r}{r!} \frac{(\lambda_2/2)^t}{t!} \\ \cdot \left[\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^t (-1)^{i+j} \binom{r}{i} \binom{t}{j} p_F(x; \nu_1 + 2i, \nu_2 + 2j) \right] \\ (0 < x < \infty; \nu_1, \nu_2 = 1, 2, \dots; \lambda_1, \lambda_2 > 0)$$

ここでの $p_F(x; \nu_1 + 2i, \nu_2 + 2j)$ は自由度 $(\nu_1 + 2i, \nu_2 + 2j)$ の中心 F 分布の確率密度関数である. よって,

$$p_F(x; \nu_1, \nu_2) = \frac{(\nu_1/\nu_2)^{\nu_1/2}}{B(\nu_1/2, \nu_2/2)} \frac{x^{\nu_1/2-1}}{(1 + (\nu_1/\nu_2)x)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}$$

となる. ここでの $B(\cdot, \cdot)$ はベータ関数である. 以上のことから 2 重非心 F 分布は非常に複雑であり直接的に分布計算を行うのは困難である.

(堀井・松田 [4] 参照)

7 2重非心 F 分布のパーセント近似法

2重非心 F 分布の近似法として、藤井・松田 [2] では MCL-M 法を用いていたが、本論文では有蘭ら [1] によって修正され、松田 [8] によって評価された MCL-E 法を用いる。

7.1 MCL-E 法

MCL-E 法はエッジワース級数展開にキュムラント表現を持ち込むことで、2重非心 F 分布の累積分布関数の近似式を求めたもので、標準正規分布の分布関数と確率密度関数を用いるだけで計算できる (松田 [8] 参照)。

MCL-E 法ではエッジワース級数展開に基づき 2重非心 F 分布の累積分布関数の近似を以下のように定義する。

$$P_F(x; \nu_1, \nu_2; \lambda_1, \lambda_2) \approx \Phi(d) - \left\{ \frac{\beta_1}{6}(d^2 - 1) + \frac{\beta_2}{24}(d^3 - 3d) + \frac{\beta_1^2}{72}(d^5 - 10d^3 + 15d) \right\} \cdot \phi(d)$$

ただし、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規変数の分布関数、 $\phi(\cdot)$ は標準正規変数の確率密度関数を意味し、 $d = -k_1/\sqrt{k_2}$ 、 $\beta_1 = k_3/k_2^{3/2}$ 、 $\beta_2 = k_4/k_2^2$ である。ここで、キュムラント k_1, \dots, k_4 は、

$$k_1 = (r_1/\nu_1)^{1/3}T_1(r_1, b_1) - (cr_2/\nu_2)^{1/3}T_1(r_2, b_2),$$

$$k_2 = (r_1/\nu_1)^{2/3}T_2(r_1, b_1) + (cr_2/\nu_2)^{2/3}T_2(r_2, b_2),$$

$$k_3 = (r_1/\nu_1)T_3(r_1, b_1) - (cr_2/\nu_2)T_3(r_2, b_2),$$

$$k_4 = (r_1/\nu_1)^{4/3}T_4(r_1, b_1) + (cr_2/\nu_2)^{4/3}T_4(r_2, b_2),$$

により与えられる。ただし、 $r_i = \nu_i + \lambda_i$ 、 $b_i = \lambda_i/r_i$ 、 $i = 1, 2$ であり、

$$T_1(r, b) =$$

$$\left(1 - \frac{2(1+b)}{9r} - \frac{40b^2}{3^4r^2} + \frac{80(1+3b+33b^2-77b^3)}{3^7r^3} + \frac{176(1+4b-210b^2+2380b^3-2975b^4)}{3^9r^4} \right),$$

$$T_2(r, b) =$$

$$\left(\frac{2(1+b)}{9r} + \frac{16b^2}{3^3r^2} - \frac{8(13+39b+405b^2-1025b^3)}{3^7r^3} - \frac{160(1+4b-87b^2+1168b^3-1544b^4)}{3^8r^4} \right),$$

$$T_3(r, b) =$$

$$- \left(\frac{8b^2}{3^3r^2} - \frac{32(1+3b+21b^2-62b^3)}{3^6r^3} - \frac{32(8+32b-177b^2+4550b^3-6625b^4)}{3^8r^4} \right),$$

$$T_4(r, b) =$$

$$- \left(\frac{16(1+3b+12b^2-44b^3)}{3^6r^3} + \frac{256(1+4b+6b^2+274b^3-458b^4)}{3^8r^4} \right),$$

である。松田 [8] ではプログラムは正しかったものの k_4 と $T_1(r, b)$ の式に誤植があり、それを修正した (有蘭ら [1] 参照)。

8 ソフトウェアの仕様

SN 比の信頼区間の導出に関するソフトウェアの使用方法を説明する。ここでは使用方法の説明を行うのが目的のため、例として水準や実験結果などを設けるが詳しい説明は行わない。

松月 [9] が作成したプログラムを基に静特性三元配置と動特性三元配置の計算も行えるように改良した。静特性一元配置から動特性二元配置では近似法を MCL-M 法を用いていたが松田 [8] によってプログラムされた MCL-E 法を用いるように修正を加えた。このソフトウェアの全体的な解析フローは以下のとおりである（松月 [9] 参照）。

1. Excel で R の実行パスをユーザーに指定させて保存する。
2. データ構造を選択し、信頼係数を決定する。
3. 実験データ、水準などの入力画面の出力を行いデータを入力する。
4. テキストに入力後に Excel でデータのファイルパスを保存する。
5. R 実行命令のテキストファイル作成し、パッチコマンドとして R を実行しデータから計算を行う。
6. R での計算結果を R でテキストファイルに書き出す。
7. Excel で計算結果のテキストファイルが作成されているか確認する。
8. Excel で計算結果を入力するワークシートの初期化を行う。
9. Excel で R の計算結果のテキストファイルを読み込む。
10. 最終的な結果を表形式で表示する。

8.1 R の初期設定

はじめに Excel を起動しマクロを有効にする。[まず] のシートにあるメインメニューをクリックすると図 1 が表示され、ここから R の初期設定を行う。R の初期設定に関しては、初めてこのソフトウェアを使用する場合のみ行い、2 度目以降は R の初期設定が保存されているため不要である。R の初期設定は図 1 のように【Rcmd.exe】を設定する。

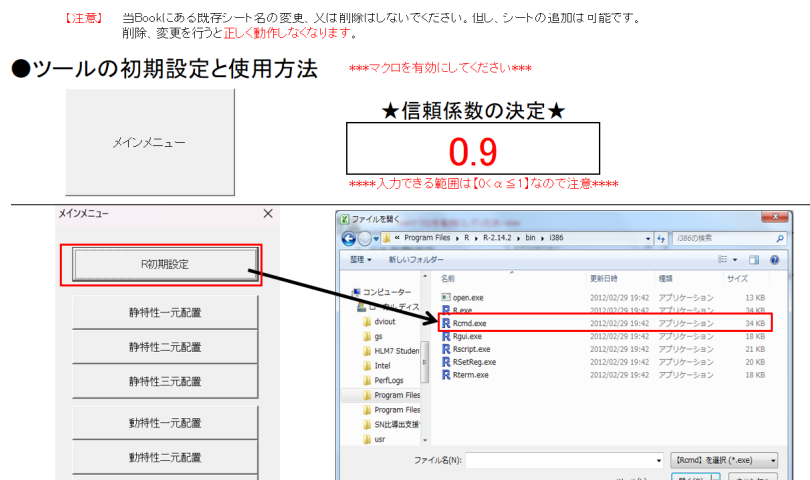


図 1: R の初期設定

なお、松月 [9] は漢字コードをシフト JIS としてソフトウェアを構築しているため、R のバージョンは Ver.3 以下に限定される。

8.2 データ構造の選択と信頼係数の決定

信頼係数を 0 より大きく 1 未満の数字で決定する。信頼係数はすべてのデータ構造で共通となる。

データ構造の選択は、図 1 の R の初期設定の下に静特性一元配置から動特性三元配置までのボタンがあり、実行するデータ構造のボタンをクリックする。例として静特性一元配置のボタンを選択すると図 2 のように確認画面が表示される。「はい」をクリックすると実行したいシートに移る。実行したいシート以外は誤入力为了避免のために非表示となっている。

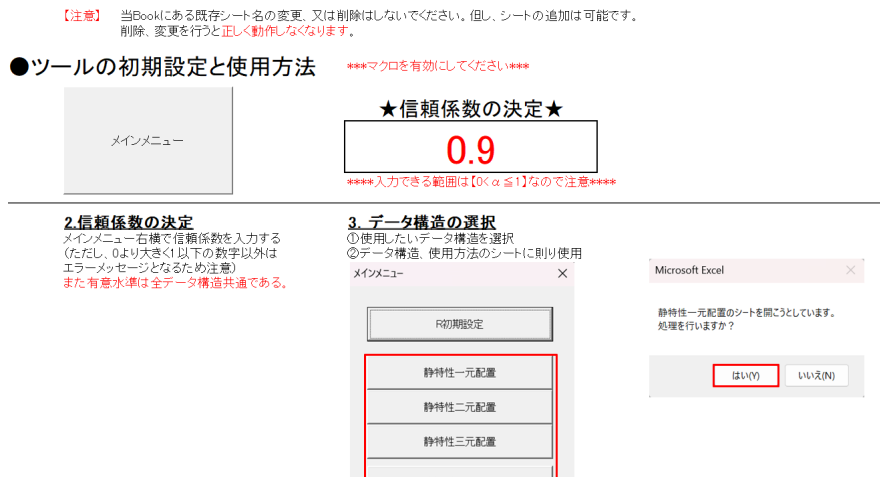


図 2: データ構造の選択と信頼係数

8.3 実行例 (静特性一元配置の場合)

例として静特性一元配置での実行の手順を説明する。上記の手順で R の初期設定、信頼係数を決定、静特性一元配置の選択を行い、静特性一元配置のシートに移動する。シートに移動すると図 3 の画面が表示される。

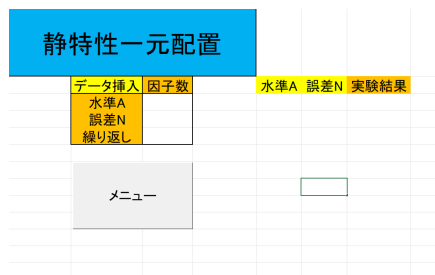


図 3: 静特性一元配置の初期画面

まず画面左側にあるデータ挿入の表に、水準 A、誤差 N、繰り返しの回数を入力する。このプログラムでは静特性一元配置は繰り返しの回数が 1 回であると R のプログラムが実行できないため、繰り返し回数が 1 回を入力するとエラーメッセージが表示される。

今回は例として A を 3 水準、N を 3 水準、繰り返しを 2 回と入力する。直交表は図 4 のようにメニューをクリックし「直交表の表示」のボタンをクリックすると図 5 のように入力される。入力漏れのチェック画面が表示されるので確認し「はい」をクリックする。

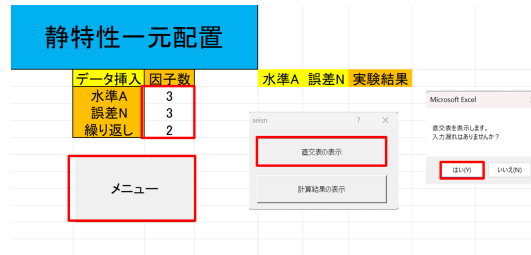


図 4: 直交表の表示手順

静特性一元配置		水準A	誤差N	実験結果
データ挿入	因子数			
水準A	3	1	1	
誤差N	3	1	1	
繰り返し	2	1	2	
		1	2	
		1	3	
		1	3	
		2	1	
		2	1	
		2	2	
		2	2	
		2	3	
		2	3	
		3	1	
		3	1	
		3	2	
		3	2	
		3	3	
		3	3	

図 5: 作成された直交表

直交表が出力されたら実験結果を入力する。個々の入力を間違えると結果に大きく影響してしまうため直交表と実験結果の確認を行う。入力が完了すれば SN 比の計算と結果の出力を行う。メニューから図 6 のように「計算結果の表示」をクリックする。入力漏れがないかのチェックを行い「はい」をクリックすると計算が実行される。

計算の過程は、まず水準、繰り返し回数、実験結果などのデータを読み取り、R に対応するコマンドに変換する。変換したコマンドをテキストファイルに出力し、R をバッチコマンドとして計算を実行する。計算結果をテキストファイルに書き出し、Excel に出力されるというものである。この過程でコマンドに触れてしまうとプログラムが正確に動かなくなる可能性があるため、ユーザーからは見えない仕様となっている。計算結果を出力したのが図 7 である。

データ挿入		因子数	水準A	誤差N	実験結果
水準A	3		1	1	16.703
誤差N	3		1	1	16.838
繰り返し	2		1	2	16.099
			1	2	16.296
			1	3	16.218
			1	3	16.017
			2	1	15.802
			2	1	15.932
			2	2	14.715
			2	2	15.364
			2	3	14.417
			2	3	14.445
			3	1	14.796
			3	1	16.046
			3	2	14.516
			3	2	14.368
			3	3	13.423
			3	3	13.54

図 6: 計算実行前

水準	上側SN比	下側SN比	SN比	感度
A1	36.40846	27.44883	33.81448	24.27664
A2	30.1834	22.07325	26.96382	23.58673
A3	26.18194	16.92206	23.59552	23.19625

図 7: SN 比と感度の計算結果の出力

9 ソフトウェアの解析例

静特性三元配置と動特性三元配置の解析例を説明する。信頼係数はすべて 0.90 で設定し解析を行っている。使用するデータは、かわにし [6] のあるサーキットでの RC カーレースにおける 1 周のタイムのシミュレーションを、繰り返しの結果が異なるようにするために一部のパラメータに乱数を用いるように設定したものから採取したデータである。

9.1 静特性三元配置の実行例

静特性三元配置での各因子の水準は表 3 である。ギア比が制御因子 A (2 水準), グリップが制御因子 B (3 水準), 車体重量が制御因子 C (3 水準), モーターの種類が誤差因子 N (3 水準) で, 各水準ごとに繰り返し 2 回の実験で得られたデータが表 4 である。この実験結果を元に作成したプログラムを実行した結果, 図 8 が得られた。

表 3: カーシミュレーションの水準 (静特性三元配置)

水準	ギア比 (A)	グリップ (B)	車体重量 (C)	モーターの種類 (N)
水準 1	3	1.3	1.2	マチブ 540SH
水準 2	5	1.6	1.4	Johnson540
水準 3		1.9	1.6	Sport-Tune

表 4: カーシミュレーションの実験結果 (静特性三元配置)

			N1	N2	N3				N1	N2	N3
A1	B1	C1	16.164	15.988	16.121	A2	B1	C1	16.680	16.201	16.159
			16.113	16.058	15.915				16.242	16.051	15.836
		C2	16.277	15.994	16.067			C2	16.906	16.287	16.089
			16.203	16.067	15.889				17.106	16.182	15.994
		C3	16.197	16.009	16.149			C3	16.792	16.295	16.150
			16.158	16.136	16.182				16.997	16.154	16.110
	B2	C1	14.470	14.404	14.246		B2	C1	15.194	14.734	14.528
			13.370	14.391	14.346				15.772	15.060	14.461
		C2	14.518	14.424	14.444			C2	15.897	14.771	14.402
			14.418	14.406	14.419				15.168	14.660	14.447
		C3	14.647	14.594	14.447			C3	16.043	15.302	14.615
			14.553	14.429	14.526				15.738	15.181	14.594
B3	C1	13.396	13.210	13.170	B3	C1	14.866	13.880	13.391		
		13.285	13.200	13.183			15.443	14.323	13.358		
	C2	13.406	13.272	13.190		C2	15.561	14.542	13.442		
		13.412	13.310	13.281			16.048	14.176	13.449		
	C3	13.561	13.265	13.325		C3	15.679	13.951	13.929		
		13.425	13.419	13.194			15.330	14.065	13.447		

水準	上側SN比	下側SN比	SN比	感度
A1	22.11115	21.71671	21.9109	23.28533
A2	23.66946	23.05499	23.35487	23.66727
B1	35.3984	33.99326	34.65753	24.20099
B2	29.71838	28.0858	28.85078	23.35322
B3	24.83935	24.03606	24.42513	22.82523
C1	22.62499	21.82036	22.2101	23.4119
C2	22.36073	21.85845	22.10468	23.4916
C3	22.53306	22.12456	22.32556	23.53128

図 8: プログラムの結果 (静特性三元配置)

9.1.1 静特性三元配置の出力結果の考察

SN比の信頼区間の幅は、水準 A で $0.39db$, $0.61db$, 水準 B で $0.80db \sim 1.63db$, 水準 C で $0.41db \sim 0.80db$ であり、すべてが $6db$ を切るという結果が得られた。また、SN比の再現性と比較すると、全体的にわずかであるが下側よりであることが分かる。上側の幅は水準 A で $0.20db$, $0.31db$, 水準 B で $0.41db \sim 0.87db$, 水準 C で $0.21db \sim 0.41db$, 下側の幅は水準 A で $0.19db$, $0.30db$, 水準 B で $0.39db \sim 0.76db$, 水準 C で $0.20db \sim 0.39db$ となり、再現性に対して $3db$ を大きく切っている。この結果から、再現性 $\pm 3db$ という基準は静特性三元配置の場合はとても緩い条件であることが判明した。

9.2 動特性三元配置の実行例

動特性三元配置での各因子の水準は表 5 である。ギア比が制御因子 A (2 水準), 回転部分相当重量が制御因子 B (2 水準), 車体重量が制御因子 C (2 水準), グリップが誤差因子

N (3 水準) である。また、信号因子 x はトルク (3 水準) とし、実験で得られたデータが表 6 である。この実験結果を元にプログラムを実行した結果、図 9 が得られた。

表 5: カーシミュレーションの水準 (動特性三元配置)

水準	ギア比 (A)	回転部分相当重量 (B)	車体重量 (C)	グリップ (N)	トルク (x)
水準 1	4	0.15	1.3	1.3	1
水準 2	5	0.25	1.6	1.6	1.5
水準 3				1.9	2

表 6: カーシミュレーションの実験結果 (動特性三元配置)

				x_1	x_2	x_3					x_1	x_2	x_3
A1	B1	C1	N1	15.942	16.086	16.116	A2	B1	C1	N1	16.419	16.063	16.019
			N2	14.687	14.502	14.441				N2	16.215	15.141	14.647
			N3	14.185	13.354	13.234				N3	14.388	14.826	13.403
		C2	N1	16.461	16.142	15.926			C2	N1	16.352	16.182	16.016
			N2	14.772	14.571	14.372				N2	16.211	14.981	14.454
			N3	13.905	13.544	13.321				N3	16.200	14.337	13.468
	B2	C1	N1	16.150	16.208	15.884		B2	C1	N1	17.050	16.162	16.111
			N2	14.482	14.427	14.366				N2	15.554	15.055	14.412
			N3	13.858	13.370	13.178				N3	15.060	14.205	13.450
		C2	N1	16.288	16.195	16.027			C2	N1	16.810	16.431	16.177
			N2	14.746	14.656	14.422				N2	15.420	15.417	14.570
			N3	13.814	13.388	13.417				N3	14.474	14.149	13.548

水準	上側SN比	下側SN比	SN比	感度
A1	7.66089	3.142544	6.695612	19.19905
A2	7.075964	2.403919	6.165855	19.4554
B1	7.274812	2.657335	6.347092	19.33809
B2	7.41966	2.84089	6.461325	19.31824
C1	7.380959	2.791772	6.437805	19.31053
C2	7.312401	2.705279	6.370425	19.34578

図 9: プログラムの結果 (動特性三元配置)

9.2.1 動特性三元配置の出力結果の考察

SN 比の信頼区間の幅は、水準 A で 4.52db, 4.67db, 水準 B で 4.62db, 4.58db, 水準 C で 4.59db, 4.61db であり、すべてが 6db を切るという結果が得られた。また、SN 比の再現性と比較すると、全体的に上側よりであることが分かる。上側の幅は水準 A で 0.97db, 0.91db, 水準 B で 0.93db, 0.96db, 水準 C で 0.94db, 0.94db, 下側の幅は水準 A で 3.55db, 3.76db, 水準 B で 3.69db, 3.62db, 水準 C で 3.65db, 3.67db となり、再現性に対して上側では 3db を切っているが下側は切っていないという結果が得られた。この結果から、再現性 $\pm 3db$ という基準は動特性三元配置の場合は緩い条件になる可能性が高いと判明した。

10 利得の再現性に関する考察

参照条件と最適条件でのSN比の差を利得と呼ぶ。タグチメソッドにおける再現性は、推定時の利得と確認実験での利得を比較した場合にその差が3db以内とされている（立林 [11] 参照）。本論文では各因子の水準ごとのSN比の信頼区間としての再現性のみを扱い、利得について言及していないが、それは参照条件がなく最適条件について検討していないことに起因する。本節では限定的であるが、利得の再現性について考察する。

たとえば、静特性については9.1節の実験において図8の結果が得られているが、因子Aについての第2水準と因子Bについての第1水準がSN比を最大化するという意味で最適条件となる。今回信頼区間を求めているため、その信頼区間が重ならないという意味でも確かに最適であろう。一方、因子Cは信頼区間が重なっていてSN比への影響を確実にとは言えないことが分かる。参照条件でのSN比や最適条件でのSN比については標本SN比を表から簡単に計算できるだろう。それぞれの信頼区間も本論文と同様の方法で求めることができる。SN比の差の信頼区間は簡易には参照条件のSN比の信頼区間と最適条件のSN比の信頼区間から導出できる。本論文で述べたように信頼区間は上下対称ではないが、利得の信頼区間は上下の組み合わせになるため、信頼区間の上限、下限は概ね対称となる。たとえば、因子Bだけが影響すると考えると第1水準が最適条件となるが、第3水準を参照条件としたとき、利得は10.23となる。2つの信頼区間により、その上限は11.36、下限は9.15となる。信頼区間は0を含んでおらず、利得が存在することが示唆される。

さて、それでは確認実験は不要であろうか。本論文のソフトウェアが用いるのはすべての組み合わせがある直積実験としての直交表なので最適条件でのSN比が正確に分かるが、 L_{18} などの直交表を用いた場合、最適条件のSN比は推定するしかない。そのため、最適条件での実験でその利得が再現するか確認する必要がある。また、実機実験の場合は特に環境要因による誤差が一律に含まれる可能性があり、それが一律であるなら利得を求めることで再現可能になると考えられる。

それではその利得の比較で3dbは意味があるだろうか。上記の実験では差の信頼区間の幅は2.2であり、再現実験においても同様の幅の信頼区間が得られ、それぞれの信頼区間が重なるなら再現していると考えると利得の差が3db以内に収まる可能性が高い。

以上の考察により、本ソフトウェアでSN比の信頼区間を求めた場合、その幅が3db以内の場合にタグチメソッドでの利得の再現が確認可能と言える。

一方、動特性では上で展開したような理論は今回使えない。これは今回の実験の設定に依存する場合もあるが、動特性では因子の影響を別々に見ていることも影響していると考えられる。因子の影響を同時に見るような理論の組み立てが必要であろう。

11 おわりに

本論文では三元配置の理論を構築し、ExcelからRを実行させる、静特性一元配置から動特性二元配置までの4つプログラムの近似法の変更に加えて、新たに静特性三元配置と動特性三元配置のプログラムを作成することができた。今後の課題として、制御因子以外にも誤差因子がさらになくなった場合での再現性や信頼区間の研究を行うことと、今回のプログラムでは直交表がExcelで生成されるが、直積実験でない L_{18} の生成や、受け取っ

た実験データをそのまま実行できるプログラムの実装および利得に関する計算など、プログラムの利便性の向上も必要だと感じた。

参考文献

- [1] 有菌 育生・石井 陽真・友廣 亮介・井上 真吾・竹本 康彦 (2015): 2重非心 F 分布の累積分布関数の近似に関する研究, 『日本経営工学会論文誌』, **66**, 257–266.
- [2] 藤井 裕之・松田 眞一 (2014): 制御因子が2つの場合のSN比の分布に関する研究, 南山大学紀要『アカデミア』情報理工学編, **14**, 1–10.
- [3] 藤村 良介・松田 眞一 (2012): タグチメソッドのSN比に対する信頼区間の性質に関する考察, 南山大学紀要『アカデミア』情報理工学編, **12**, 57–66.
- [4] 堀井 里佳子・松田 眞一 (2010): 2重非心 F 分布のパーセント点近似法の評価とSN比への応用, 南山大学紀要『アカデミア』情報理工学編, **10**, 27–37.
- [5] 井上 真吾・有菌 育生・友廣 亮介・竹本 康彦・金川 明弘 (2015): 平均と分散に基づく2重非心 F 分布におけるパーセント点の近似法に関する考察, 『日本経営工学会論文誌』, **66**, 218–229.
- [6] かわにし (2004): お気楽 RC!, <http://homepage3.nifty.com/kawanish/>.
- [7] 前廣 芳孝・高橋 知也・松田 眞一 (2011): 2重非心 F 分布のパーセント点近似法を用いたタグチメソッドのSN比の信頼区間, 南山大学紀要『アカデミア』情報理工学編, **11**, 55–75.
- [8] 松田 眞一 (2017): 2重非心 F 分布のパーセント点近似に関する一考察, 南山大学紀要『アカデミア』理工学編 **17**, 1–7.
- [9] 松月 強 (2015): 『SN比の信頼区間導出に関する支援ソフトの研究』, 南山大学大学院理工学研究科システム数理専攻修士論文.
- [10] 永田 靖 (2006): 統計的手法におけるSN比, 第1回横幹連合総合シンポジウム.
- [11] 立林 和夫 (2004): 『入門タグチメソッド』, 日科技連.
- [12] 鳥越 規央 (1997): 2重非心 F 分布のパーセント点の近似について, 『数理解析研究所講究録』, **1007**, 161–172.