

# 手術室に関するスケジューリング問題 —手術への麻酔科医の割当—

南山大学理工学部データサイエンス学科 鈴木敦夫

## 概要

本論文では、手術室に関するスケジューリング問題の中から、麻酔科医の手術への割当問題について取り上げ、その定式化と予備的な計算機実験の結果について述べる。病院の手術室の管理運営は、患者の治療と病院経営の両面で重要である。わが国の病院では手術室管理システムを導入して、手術室の管理運営を行っている。しかしながら、そのシステムには、手術室に関するスケジューリング問題を自動的に解決する機能が含まれていない。多くの場合、手術室担当の看護師長や主任麻酔科医が、手術室のスケジューリングを手動で行っている。これらのスケジューリング問題をオペレーションズ・リサーチの手法、なかんずく混合整数計画法の問題として定式化して解決すれば、手術室の管理運営の効率は大幅に向上することが期待できる。ここで示す定式化では、手術の現場からの要望が強い、麻酔科医の間の公平性を考慮した。予備的な計算機実験では、公平性が実現されていること、実用規模の問題を実用的な計算時間で解くことができることを確認した。

## 1 はじめに

病院の手術室の管理運営は、患者の治療と病院経営の両面で重要である。近年の新型コロナウイルスの蔓延により、医療資源がその対策に割かれ、多くの手術が延期されている [[2]]。本来ならば手術を受けるべき患者が、手術の延期によって治療が遅れる事態になっている。実際、コロナウィルスの蔓延以前でも、愛知県がんセンターの場合は、手術の遅延が問題になっていた [[1]]。病院経営の上でも、現在の医療保険制度の元では、手術によって病院の収入を得るほかはない。実際、現在、病院収入の約 60 % は手術によるものである。一方では経費の 70 % は手術に関するものと言われており、手術室の効率的な運用は病院経営上重要である。

その重要性はわが国の病院で認識されており、手術室管理システムを導入して、手術室の管理運営の効率化をはかっている。そのシステムは、医療情報システムの一部であるが、現在病院で利用されているシステムには手術には必須のスケジューリングに関する機能がない。例えば、外科医の手術の希望を受けて、手術室に手術をスケジュールする機能、それらの手術に担当の麻酔科医や看護師を割り当てる機能、麻酔科医や看護師のシフトを作成する機能は、従来のシステムには含まれていない。多くの場合、これらの機能は、手術室担当の看護師長や主任麻酔科医が、手術室のスケジューリングを手動で行うことで代替されている。

海外でも手術室に関するスケジューリングの問題は研究されているが、医療制度は国によって異なり、海外の研究をそのままわが国の病院に当てはめることはできない。例えば、日本では麻酔科医が不足しているので、そのシフトを考えるのは重要であるが、米国では、看護麻酔科医の制度があり、麻酔科医が不足していることはない。むしろ、外科医のシフトが重要となっている。

昨今のスケジューリング問題に関する研究の進展と、利用可能な最適化ソフトウェアの普及を考えると、手術室に関するスケジューリングが自動化されてしかるべきであり、それがなされていないのは、何らかの原因があると考えられる。それは、オペレーションズ・リサーチの手法を適用した場合に、現場の細かな要求を満たすことができていることによると考えられる。これを解決する

ために、われわれは、従来から、現場での利用を目指したスケジューリング問題の解決を目指してきた ([3],[4],[5],[6],[7])。これらの研究は、現場の担当者との情報交換によって、可能な限り現場の要望を取り入れている。

これらの要望を考慮したうえで、手術室のスケジューリングをオペレーションズ・リサーチの手法、なかんずく混合整数計画法の問題として定式化して解決すれば、手術室の管理運営の効率は大幅に向上することが期待できる。本論文では、その一例として、麻酔科医の手術への割当を紹介する。

## 2 公平性を考慮した麻酔科医の割当

手術を行うには、その手術を担当する執刀医、麻酔科医、看護師を決めなくてはならない。執刀医は患者の診療科の主治医などがあらかじめ割当てられているが、麻酔科医と看護師については、手術の日程が決まった後、その日勤務している麻酔科医、看護師から必要なスキルレベルの担当者を割当てなくてはならない。

現在のスケジューリング問題の研究の進展から、ここで紹介するような麻酔科医の手術への割当は、混合整数計画法として定式化して、各種の最適化ソフトウェアで何らかの解を求めることは容易である。しかしながら、現実には、現場への導入はなされていない。それは、前節で述べたように現場の要求を満たすような割当を作成できないことである。その一つに、現場で重視される公平性について、従来の研究では十分に考慮されていなかったことがある。ここでは、手術室管理システムのソフトウェアを作成しているシステム開発会社の担当者と情報交換を行い、現場で受け入れられる割当を実現するようにした。

麻酔科医の1日の勤務は、午前・午後・全日の3通りである。これらの勤務を行っている麻酔科医について、以下の公平性の条件を考慮することで、なるべく公平に麻酔科医を手術に割当てるようにした。

午前・午後勤務の麻酔科医は残りの半日分の4時間も勤務したものと、全日勤務の麻酔科医と割当てられた手術時間が同等になるようにする。つまり、午前勤務の麻酔科医が2時間の手術を担当したら、勤務時間は6時間とする。これは全日勤務の麻酔科医が6時間の手術を担当するのと同等とみなす。半日勤務の麻酔科医ものこりの半日は、患者の周術期のケアなどを行っているというのが、この条件の根拠である。手術件数についても同様に、午前・午後勤務の麻酔科医は残りの半日も何件かの手術を担当したとして全日勤務の麻酔科医と割当てられた手術件数が同等となるようにする。この手術数はパラメータとして与える。以上を考慮して、手術時間に手術件数を重みをかけて加えたものを麻酔科医ごとに計算し、公平性の尺度とする。そしてその上限と下限の差を最小にすることで公平性を実現する

手術には、麻酔科医の補助（以下補助麻酔科医と呼ぶ）を割当てることもある。それは、経験の浅い麻酔科医が担当するときに、指導的な麻酔科医が監督をおこなうためである。これも麻酔科医の負担になるので、この手術時間、手術件数について、担当麻酔科医と同様に、公平性の尺度に取り入れる。補助麻酔科医は、同時に行われる複数の手術の掛け持ちが可能である。ただし、担当麻酔科医として割当てられた手術の補助麻酔科医、その手術と時間が重なっている手術の補助麻酔科医はできない。また、担当麻酔科医のランクは手術に必要なスキルレベル以上である。なるべく多くの補助の麻酔科医を割当てるようにする。逆に言うと、補助麻酔科医は割当てなくても手術は実行できる。

最後に、事前に様々な事情で、手作業で割当てられた麻酔科医はその割当を尊重して担当麻酔科医、もしくは補助麻酔科医とする。また、実行不可能になる場合を防ぐために2つのソフト制約を取り入れている。これらのソフト制約が満たされない場合は、実行可能解が存在しないので、条件を修正して再実行する。

### 3 問題の定式化

前節の公平性の考慮に加えて、一般的なスケジューリングの条件を加えて、問題を定式化する。一般的な条件とは、必要人数が満たされている、同じ麻酔科医が同時刻に行われている手術に割当てられない、などを言う。

#### 3.1 記号の定義

定式化には以下のような記号を用いる。

添字

$i$  : 手術を表す添字  $i = 1, \dots, m$

$j$  : 麻酔科医を表す添字  $j = 1, \dots, n$

$p$  : シフトを表す添字  $p \in \{\text{午前:1, 午後:2, 全日:3}\}$

$q$  : 麻酔科医のスキルレベルを表す添字  $q \in \{1, 2, 3, 4\}$

$I_1$  : 午前に行われる手術の添字集合

$I_2$  : 午後に行われる手術の添字集合

$I_3$  : 全日で行われる手術の添字集合

定数

$A_e^q$  : シフト  $e$  で勤務しているスキルレベル  $q$  の麻酔科医の集合  $e \in \{1, 2, 3\}, q \in \{1, 2, 3, 4\}$

$a_i^q$  : 手術  $i$  に必要な麻酔科医のスキル別人数、 $i = 1, \dots, m, q \in \{1, 2, 3, 4\}$

$b_i$  : 手術  $i$  に必要な補助麻酔科医の人数の上限

$t_j$  : 麻酔科医  $j$  のスキルレベル  $j = 1, \dots, n$

$r_i$  : 手術  $i$  に必要な麻酔科医のスキルレベル  $i = 1, \dots, m$

$d_i$  : 手術  $i$  の所要時間

$$s_{ii'} = \begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i, i' \text{ の実施時間が重なっている} \\ 0 \dots \text{手術 } i, i' \text{ の実施時間が重なっていない} \end{cases}$$

$$u_{ij} = \begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ が手動で割り当て済} \\ 0 \dots \text{割り当て済みでない} \end{cases}$$

$$p_{ij} = \begin{cases} 1 \dots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ が割り当て可能} \\ 0 \dots \text{割り当て不可能} \end{cases}$$

$w_1$  : ダミーの麻酔科医の重要度をあらわす重み

$w_2$  : 手術件数と手術時間の優先順位をあらわす重み ( $0 \leq w \leq 1$ )

$e_1$  : 補助麻酔科医の手術時間の相対的負担をあらわす重み ( $0 \leq e_1 \leq 1$ )

$e_2$  : 補助麻酔科医の件数の相対的負担をあらわす重み ( $0 \leq e_2 \leq 1$ )

$dtam$  : 午前勤務の麻酔科医の午後分の勤務時間

$dtpm$  : 午後勤務の麻酔科医の午前分の勤務時間

$dcam$  : 午前勤務の麻酔科医の午後分の手術件数

$dcpm$  : 午後勤務の麻酔科医の午前分の手術件数

$SN$  : 補助麻酔科医が同時に担当できる手術数の上限

変数

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \cdots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ を担当麻酔科医として割り当てる} \\ 0 \cdots \text{割り当てない} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \cdots \text{手術 } i \text{ に麻酔科医 } j \text{ を補助麻酔科医として割り当てる} \\ 0 \cdots \text{割り当てない} \end{cases}$$

$\alpha_i^q$  : 手術  $i$  に不足しているスキルレベル  $q$  の麻酔科医の数、 $i = 1, \dots, m; q = 1, 2, 3, 4$

$\beta_j$  : 麻酔科医  $j$  が重複している手術数,  $j = 1, \dots, n$

$U$  : 1 人の麻酔科医が担当する手術時間と手術件数の重み付き和の上限

$L$  : 1 人の麻酔科医が担当する手術時間と手術件数の重み付き和の下限

**3.2 定式化**

以上の記号を用いて問題を定式化する。

目的関数

$$\min. \quad w_1 \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{q=1}^4 \alpha_i^q + \sum_{j=1}^n \beta_j \right\} + (U - L) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (1)$$

制約条件

$$\sum_{j \in A_1^q \cup A_3^q} x_{ij} = a_i^q, \quad i \in I_1, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in A_2^q \cup A_3^q} x_{ij} = a_i^q, \quad i \in I_2, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in A_3^q} x_{ij} = a_i^q, \quad i \in I_3, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (4)$$

$$\sum_{j \in A_1^q \cup A_3^q} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_1, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (5)$$

$$\sum_{j \in A_2^q \cup A_3^q} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_2, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (6)$$

$$\sum_{j \in A_3^q} y_{ij} \leq b_i, \quad i \in I_3, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (7)$$

$$x_{i'j} + y_{ij} \leq 1, \quad i, i' = 1, \dots, m, s_{ii'} = 1; \quad j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1}^m \sum_{j=1}^n x_{i'j} \leq |A_1^q| + |A_3^q| + \alpha_i^q, \quad i \in I_1, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (9)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1}^m \sum_{j=1}^n x_{i'j} \leq |A_2^q| + |A_3^q| + \alpha_i^q, \quad i \in I_2, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (10)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1}^m \sum_{j=1}^n x_{i'j} \leq |A_3^q| + \alpha_i^q, \quad i \in I_3, \quad q \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (11)$$

$$x_{ij} + x_{i'j} \leq 1 + \beta_j, \quad i, i' = 1, \dots, m, i \neq i', s_{ii'} = 1; j = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$x_{ij} \leq p_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$\sum_{i'=1, s_{ii'}=1}^m y_{i'j} \leq SN, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$x_{ij} \geq u_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$t_j x_{ij} \geq r_i x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (16)$$

$$t_j y_{ij} \geq r_i y_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtam + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcam \right) \leq U, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_1^q \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtam + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcam \right) \geq L, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_1^q \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtpm + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcpm \right) \leq U, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_2^q \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + dtpm + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} + dcpm \right) \geq L, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_2^q \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} \right) \leq U, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_3^q \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^m d_i x_{ij} + e_1 \sum_{i=1}^m d_i y_{ij} + w_2 \left( \sum_{i=1}^m x_{ij} + e_2 \sum_{i=1}^m y_{ij} \right) \geq L, \quad j \in \cup_{q=1}^4 A_3^q \quad (23)$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (24)$$

### 3.3 目的関数と制約式の説明

目的関数は、ソフト制約を破った時に正の値をとる変数の総和と公平性の尺度の上下限の差、さらに補助麻酔科医の人数である。これによりソフト制約を満たし、公平性を実現しながら、なるべく補助麻酔科医を多く割当てることができるようになる。

- (1) (ソフト制約の変数の総和) + (各シフトでの1人の麻酔科医に割当てられる公平性の尺度の上限と下限の差) - (補助の麻酔科医の人数) を最小化。第1項には重みをつけて実行可能性と公平性のバランスを取っている。

以下は各制約式の意味である。(2) から (8)、(13) から (23) まではハード制約、(9) から (12) まではソフト制約である。また、(18) から (23) までは公平性のための制約である。

- (2) 担当麻酔科医はスキル別に必要人数を満たす (午前に行われる手術について)
- (3) 担当麻酔科医はスキル別に必要人数を満たす (午後に行われる手術について)
- (4) 担当麻酔科医はスキル別に必要人数を満たす (全日で行われる手術について)
- (5) 補助麻酔科医はスキル別に上限人数を満たす (午前に行われる手術について)
- (6) 補助麻酔科医はスキル別に上限人数を満たす (午後に行われる手術について)
- (7) 補助麻酔科医はスキル別に上限人数を満たす (全日で行われる手術について)
- (8) 1人の麻酔科医は、時間の重なっている手術に対して担当麻酔科医、補助麻酔科医を兼ねることはできない
- (9) (ソフト制約) 手術が同時に行われるとき、割り当てられる麻酔科医の人数が手術に参加できる午前・全日勤務の麻酔科医の人数の合計を越えない (午前に行われる手術について)
- (10) (ソフト制約) 手術が同時に行われるとき、割り当てられる麻酔科医の人数が手術に参加できる午後・全日勤務の麻酔科医の合計を越えない (午後に行われる手術について)
- (11) (ソフト制約) 全日手術のうち、同時に行われる手術に割り当てられる麻酔科医の人数が全日勤務の麻酔科医の人数の合計を越えない
- (12) (ソフト制約) 2つの手術が同時に行われるとき、麻酔科医はそのどちらかにしか担当麻酔科医として割当てられない
- (13) 割当可能な麻酔科医を手術に割り当てる
- (15) 手動で割当てた麻酔科医はそのまま割当てる
- (16) 手術  $i$  の必要スキルレベル以上の担当麻酔科医を割当てる
- (17) 手術  $i$  の必要スキルレベル以上の補助麻酔科医を割当てる

以下が公平性の条件を実現するための制約条件である。

- (18) 1人の午前麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて上限以下 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (19) 1人の午前麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて下限以上 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (20) 1人の午後麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて上限以下 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (21) 1人の午後麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて下限以上 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (22) 1人の全日麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて上限以下 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (23) 1人の全日麻酔科医に割当てられる手術時間と手術件数は担当麻酔科医・補助麻酔科医合わせて下限以上 (補助麻酔科医としての手術時間、件数はそれぞれパラメータ  $e_1, e_2$  をかける)
- (24) バイナリ制約

## 4 予備的計算機実験

定式化した問題を、Python 上で稼働する最適化ソフトウェア PuLP、COIN CBC を用いて解いた。公平性が実現されていることを確認するために、前述のシステム開発会社から提供された 20 題のテスト問題を解き、公平性に問題がないことを確認した。これらのテスト問題を解くことによって、麻酔科医の割当の公平性に問題がないか、麻酔科医の必要なスキルレベルに破綻がないか、実行可能解が得られないときにどのような解がでるか、その際にはどのように条件を変更すればよいかなどを検証した。実用的な規模、すなわち、手術 25 件、麻酔科医 15 名のテスト問題では、解を求めるのに必要な計算時間は約 30 秒であり、十分に実用的な計算時間で解が求められることがわかった。使用した計算機は Intel Core i5 -7200U、8GB の CPU、メモリを搭載した PC である。

## 5 おわりに

手術への麻酔科医の割当について、定式化と予備的な計算機実験の結果を紹介した。ここで紹介した定式化の他にも、ダミーの麻酔科医を導入した定式化も行っている。それは、ソフト制約を定式化に含む代わりに、すべての制約式をハード制約として、どの手術も仮想的な麻酔科医を導入するものである。この麻酔科医をダミーの麻酔科医と呼ぶ。この定式化では、ダミーの麻酔科医が割当てられている解が得られた場合は、実際には割当ができなかったことになり、条件を再設定して再び解を求めることになる。

現在、前述のシステム開発会社との共同研究により、ここで紹介した麻酔科医の割当、手術への看護師の割当、麻酔科医の月間のシフト作成を、ある企業が市販している既存の手術室管理システムの機能としてシステムに組み込む作業を行っている。この手術室管理システムはわが国で約 30 % のシェアを持っており、多くの病院で利用されている。このシステムにここで紹介したスケジューリングの機能が組み込まれれば、多くの病院で、手術室管理の効率化が進むことが期待できる。今後は、試験的に導入した病院での試用を通じて、フィードバックを受け、システムの改良を行う予定である。

## 参考文献

- [1] 愛知県がんセンターホームページ (<https://www.pref.aichi.jp/cancer-center/hosp/02shinryo/taiki.html>)
- [2] 西日本新聞 2020 年 4 月 9 日記事 (<https://www.nishinippon.co.jp/item/o/599275/>)
- [3] 鈴木敦夫、周術期医療におけるオペレーションズ・リサーチ、日本臨床麻酔学会誌、日本臨床麻酔学会、Vol. 34, No. 5, pp. 684-691, 2014/09/15
- [4] Mari Ito, Atsuo Suzuki, Yoshihiro Fujiwara, A Prototype Operating Room Scheduling System — A Case Study at Aichi Medical University Hospital —, Journal of Japan Industrial Management Association, 日本経営工学会, 67, 202-214, 2016/07
- [5] Hiroyuki Ichihara, Yoshito Matsuzaki, Aino Ohnishi, Atsuo Suzuki and Atsushi Hashimoto, A scheduling system for anesthesiologists—A case study in Aichi medical university hospital, Proc. of International Symposium on Scheduling 2017, スケジューリング学会, 216-221, 2017/06/23

- [6] Atsuo Suzuki, Ryosuke Niwa, Ryo Sugimoto, Optimal Assignment of Operating Room Staffs and Medical Facilities to the Operation, Proc. of the Scheduling Symposium 2020, スケジューリング学会, 161-164, 2020/09/18
- [7] Mari ITO, Aino ONISHI, Atsuo SUZUKI, Akira IMAMURA, Takuya ITO, The Resident Scheduling Problem - A Case Study at Aichi Medical University Hospital -, 日本経営工学会論文誌, 日本経営工学会, 68 巻 (2017-2018) 4E 号, 259-272, 2018/02/15