

令和 3 年 5 月 25 日現在

機関番号：33917

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2020

課題番号：18K04215

研究課題名（和文）非線形最適制御における構造保存数値計算の利用とサンプル値制御への拡張

研究課題名（英文）Nonlinear Optimal Control Using Structure-Preserving Numerical Integration and Its Extension to Sampled-Data Control

研究代表者

大石 泰章（Oishi, Yasuaki）

南山大学・理工学部・教授

研究者番号：80272392

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：数値計算技術の積極的導入により、非線形最適制御やスパース制御の新しい方法を開発した。非線形最適制御では、安定多様体法の初期点の選択を効率化する射撃法の改良と拡張に取り組み、非線形追従制御に対する安定多様体法にも適用できるようにした。また、非線形サンプル値制御を安定多様体法にもとづいて行うことを考えた。スパース制御については、これをモデル予測制御方式で実現することを考え、特定の制御入力に対応する状態集合の計算と表現の方法を提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数値計算は制御工学とは異なる分野とされてきたが、その技術を積極的に用いることで制御工学に新しい展開をもたらすことができるのではないかとアイデアに基づき、非線形最適制御およびスパース制御において成果をあげた。特に非線形サンプル値制御に関する成果は、まだ予備的研究の段階ではあるが、国内外に例がなく、意義が大きいと考えられる。これはもともと数値計算と整合性の高い安定多様体法に、数値的離散化を組み合わせるといふものであり、さらに研究する必要があると考える。

研究成果の概要（英文）：New methodology is developed for nonlinear optimal control and for sparse control with aggressive use of numerical computational techniques. On nonlinear optimal control, improvement and extension of a shooting method are considered for efficient choice of initial points in the stable-manifold method. In particular, a shooting method is extended so as to be applicable to the stable-manifold method for nonlinear tracking control. Moreover, nonlinear sampled-data control is considered with the stable-manifold method. On sparse control, its realization is considered by means of model-predictive control. In particular, a numerical method is proposed for computation and expression of a state set corresponding to a specific value of a control input.

研究分野：制御工学

キーワード：非線形制御 数値計算 安定多様体法 射撃法 追従制御 サンプル値制御 スパース制御 モデル予測制御

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

非線形システムの最適制御は古い分野であり、Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を解けばよいということが 1960 年代から知られている。しかし、この方程式を解くための有効な方法がなく、例えば級数展開法①は状態空間中の十分広い範囲で精度の良い制御則を与えない。

Sakamoto-van der Schaft の安定多様体法②はこの問題を解決し、振子の振り上げや、入力飽和を持つシステムの制御など、多くの実用的なシステムの制御で有効性が示されている。

安定多様体法は、状態空間の原点近傍に多数の初期点を取り、そこを通る最適制御の軌道を逆時間で求める計算が中心であり、数値計算が主要な役割を担う。数値計算は制御工学とは異なる分野とされてきたが、その技術を大胆に取り入れることで、制御工学に新しい展開をもたらすことができると考えられる。例えば安定多様体法において、初期点を原点近傍に様に選んでも、逆時間で求めた軌道は安定多様体上に様に広がるわけではない。これまでは初期点を試行錯誤によって選定し、興味のある領域に到達するような軌道を得ていたが、数値計算技術の導入によって初期点を系統的に選ぶことができると思われる。また、非線形システムのサンプル値制御は、その実用上の重要性にも関わらず極めて成果が少なく、十分サンプル時間を短くすれば連続時間制御の制御性能を復活させられるという、自明とも思われることしかわかっていない③。これは非線形システムの離散化が難しいということに起因する。しかし、与えられた状態と入力に対して数値計算をするという立場に立てば、非線形システムの離散化は可能である。このことに着目し、安定多様体法の拡張を考えることで、非線形システムの最適なサンプル値制御が可能なのではないかと考えられる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数値計算技術の導入を意識的に行うことによって、制御工学に新しい展開をもたらすことである。主な課題としては、非線形最適制御のための安定多様体法の改良と拡張を考えるが、これ以外の制御法も対象とする。

3. 研究の方法

研究は以下の 3 分野で行う：

- (1) 安定多様体法における射撃法；
- (2) 非線形システムのサンプル値制御；
- (3) スパース制御の実現法。

以下順に説明する。

(1) 安定多様体法における射撃法

安定多様体法における初期点の系統的な選択のため、微分方程式の境界値問題で使われる射撃法の導入を考える。すなわち、既に得られている軌道を変形することを繰り返して所望の軌道を得ることを考える。

(2) 非線形システムのサンプル値制御

非線形システムの数値的な離散化にもとづいて、安定多様体法に基づく非線形システムのサンプル値制御法を開発する。原理的には離散時間の Hamilton 系に基づいて状態と共状態の時間発展が計算できればよいはずであり、数値計算に基づくアプローチを開発する。

(3) スパース制御の実現法

スパース制御は省エネルギーを実現する制御法として近年開発されたものである④。従来は一定の時間区間で最適な制御入力を求め、それをそのまま入力するバッチ方式の実現法が考えられていたが、予期せぬ外乱への対処が難しいと考えられる。数値計算の利用により、より実用的な実現法を開発する。

4. 研究成果

本研究の成果は以下の 3 つである：

- (1) 安定多様体法を効率化する射撃法の開発と拡張；
- (2) 非線形サンプル値制御のための安定多様体法の開発；
- (3) モデル予測制御方式によるスパース制御の実現。

以下順に説明する。

(1) 安定多様体法を効率化する射撃法の開発と拡張

安定多様体法では、最適制御に付随する Hamilton 系を考え、その安定多様体を求めることによって制御則を得る。安定多様体を計算するには、原点近傍に多数の初期点を選んで上記の Hamilton 系を逆時間で時間発展させ、得られた軌道を補間すればよい。ただし、状態空間内の

実用的に興味のある点もしくは領域に軌道が到達するように初期点を選ぶ必要があり、従来多数の試行錯誤を行っていた。Oishi-Sakamoto^⑤は、既に得られた軌道の変形を繰り返すことで所望の軌道を得る射撃法を提案したが、本研究ではこれを発展させるとともに、具体的な制御系への応用を考えた。

まず、軌道の変形を繰り返すうちに初期点が原点から離れてしまう問題を解決した。原点の近傍では線形近似が有効なので、線形近似した制御対象に対する最適制御則を使って離れた初期点を原点近傍に引き戻せばよい。さらにこの方法を倒立振子の振り上げ問題に適用することで、従来知られていなかった多数回振子を振って振り上げる軌道を求めることに成功した。図1に求めた軌道を示す。初期点の選択を系統的に行えるからこそ得られた成果である。

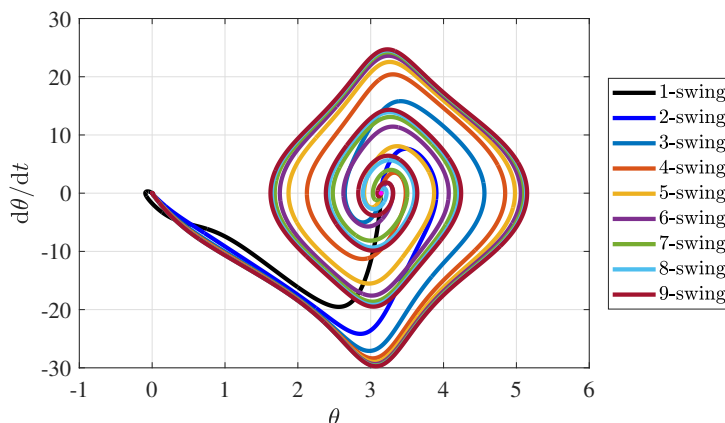


図1 多数回振子を振って振り上げる最適軌道

次に、非線形追従制御に対する安定多様体法に射撃法を適用することを考えた。非線形追従制御に対する安定多様体法は Sakamoto-Rehák^⑥が提案しているが、ここでは中心安定多様体を求めることを考えているため、そのまま射撃法を適用することはできない。そこで、参照軌道が線形システムが生成する周期軌道である場合に限定し、追従制御を偏差系のレギュレーションとして解釈しなおす。このとき偏差系は周期系となるが、周期の整数倍の時刻に着目して離散化すれば時不変になり、安定多様体を考えることができる。この安定多様体は周期的な Riccati 微分方程式の解を使って近似でき、これによって射撃法の構成が可能になる。開発した方法の適用例として、地球の周りを周回する主衛星の周りの周期軌道に、従衛星を追従させることを考えた。線形最適制御では参照軌道に収束しないような場合でも、この方法では制御則の構成が可能である。

(2) 非線形サンプル値制御のための安定多様体法の開発

本研究では、非線形な制御対象の最適なサンプル値制御の方法を、安定多様体法にもとづいて考え、予備的な結果を得た。

まず、初期状態と入力を与えられれば、1 サンプル周期後の状態は、非線形微分方程式の初期値問題を解くことで得られる。これを解析的に得ることは難しいが、数値的に得るだけであれば Runge-Kutta 法などの数値解法を使えばよい。こうして得た制御対象の離散化に対して、最適制御問題を考え、対応する Hamilton 系を考える。離散時間の Hamilton 系は順時間と逆時間が混在した複雑な形であるが、Newton 法などを使えば時間発展を計算することができ、安定多様体の計算も可能である。さらに Navasca^⑦の結果を使えば、安定多様体から最適制御則が得られることがわかる。

以上のアイデアに基づいて予備的な計算を行い、倒立振子の振り上げを 0.5 秒という比較的長いサンプル周期で実行する制御を考えた。シミュレーションによれば、振り上げは可能であり、興味深い状態履歴が得られる。

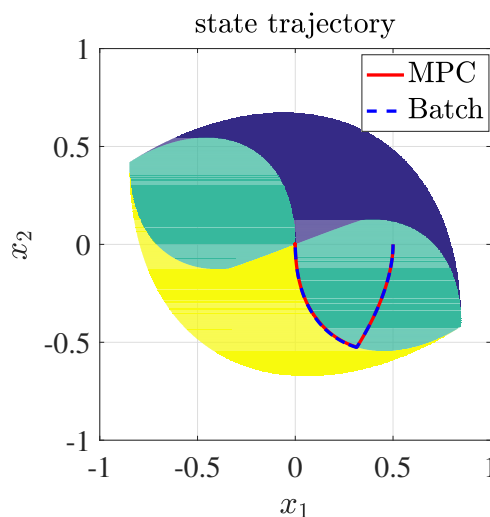


図2 各制御入力に対応する状態集合

(3) モデル予測制御方式によるスパース制御の実現

本研究では、スパース制御を実行する際に、従来のようにバッチ方式で実行するのではなく、モデル予測制御方式で実行して予期せぬ外乱に対応できるようにすることを考えた。特に、目的関数の選択法、および制御入力を事前に計算しておく方法について考えた。

モデル予測制御は一定時間の未来を予測して最適な制御入力の系列を求め、その最初の値だ

けを入力することを繰り返す制御法である。未来の予測は現在の状態に基づいて行うので閉ループ制御であり、外乱への対応も可能である。ただし、モデル予測制御方式がバッチ方式と同じ制御入力を与える保証はなく、制御入力がスパースになるかどうかは定かでない。そこで目的関数を工夫し、未来の入力ほど大きな重みをつけることを考えた。この場合、バッチ制御と同じ制御入力を与えることが実験的に確認できる。

モデル予測制御を実行する際、各時刻で最適化を行うのでは計算負荷が大きく、実用的でない。そこで制御入力を状態の関数として事前に計算しておくことを考えた。スパース制御の場合、制御入力は1, 0, -1の3値であるので、それぞれに対応する状態の集合を求めておけばよい。この集合は凸でないので表現に工夫が必要であるが、Dabbene-Henrionの方法⑧と極座標変換を組み合わせることで多項式を使った表現を得ることができる。図2はこのようにして求めた状態集合である。さらに状態が3次元以上の場合に対応するために、極座標の角度情報を方向ベクトルを使って冗長に表すことを考えた。得られた集合が実際にスパース制御を実現することも確認できた。

以上のように多くの成果を得た。特に「(2) 非線形サンプル値制御のための安定多様体法の開発」は国内外に例のない研究であり、波及効果が大きいと考えられる。これについては新しい研究課題を設定し、科学研究費の助成を申請する予定である。

〈引用文献〉

- ① E. G. Al'brekht, "On the optimal stabilization of nonlinear systems," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 25, No. 5, pp. 1254–1266, 1961.
- ② N. Sakamoto and A. J. van der Schaft, "Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton–Jacobi equations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, No. 10, pp. 2335–2350, 2008.
- ③ D. S. Laila, D. Nešić, and A. Astolfi, "Sampled-data control of nonlinear systems," in *Advanced Topics in Control Systems Theory: Lecture Notes from FAP 2005*, A. Loria, F. Lamnabhi-Lagarrigue, and E. Panteley, Eds. Springer, London, UK, 2006, pp. 91–137.
- ④ M. Nagahara, D. E. Quevedo, and D. Nešić, "Maximum hands-off control: a paradigm of control effort minimization," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 61, No. 3, pp. 735–747, 2016.
- ⑤ Y. Oishi and N. Sakamoto, "Numerical computational improvement of the stable-manifold method for nonlinear optimal control," in *Proceedings of the 20th IFAC World Congress*, Toulouse, France, July 2017, pp. 5264–5269.
- ⑥ N. Sakamoto and B. Rehák, "Iterative methods to compute center and center-stable manifolds with application to the optimal output regulation problem," in *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Orlando, USA, December 2011, pp. 4640–4645.
- ⑦ C. Navasca, "Local stable manifold for the bidirectional discrete-time dynamics," arXiv:math/0309026 [math.OA], 2003.
- ⑧ F. Dabbene and D. Henrion, "Set approximation via minimum-volume polynomial sublevel sets," in *Proceedings of the European Control Conference*, Zurich, Switzerland, July 2013, pp. 1114–1119.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 岩田拓海, 大石泰章, 永原正章	4. 巻 56
2. 論文標題 モデル予測制御方式を用いたスパース制御の実現: 制御則のオフライン計算とその表現法	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 計測自動制御学会論文集	6. 最初と最後の頁 74-80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.9746/sicetr.56.74	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 中村拓登, 大石泰章, 坂本登	4. 巻 56
2. 論文標題 周期的な参照信号に対する非線形最適追従制御: 安定多様体法と射撃法によるアプローチ	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 計測自動制御学会論文集	6. 最初と最後の頁 243-248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.9746/sicetr.56.243	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Yasuaki Oishi, Takuto Nakamura, and Noboru Sakamoto
2. 発表標題 A Shooting Method for the Stable-Manifold Approach to Nonlinear Optimal Servo Design
3. 学会等名 SICE Annual Conference 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中村拓登, 大石泰章, 坂本登
2. 発表標題 安定多様体法と射撃法の回転型倒立振り上げへの応用
3. 学会等名 第61回自動制御連合講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岩田拓海, 大石泰章, 永原正章
2. 発表標題 モデル予測制御によるスパース制御の実現
3. 学会等名 第61回自動制御連合講演会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中村拓登, 大石泰章, 坂本登
2. 発表標題 安定多様体法と射撃法による宇宙機の軌道追従制御
3. 学会等名 第6回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岩田拓海, 大石泰章, 永原正章
2. 発表標題 事前計算を用いたモデル予測制御によるスパース制御
3. 学会等名 第6回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大石泰章, 坂本登
2. 発表標題 安定多様体法に基づく非線形システムのサンプル値制御
3. 学会等名 第8回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

学術論文および学会発表
<http://www.st.nanzan-u.ac.jp/info/oishi/papers-j.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------